Il problema proposto nel N. 4/1922 del Periodico di Matematiche

"Due persone hanno occasione di percorrere tutte le mattine un medesimo tratto di strada, l'una a piedi e l'altra in bicicletta. Ogni quanti giorni accadrà loro di incontrarsi?

Si dia forma matematica al problema, fissando le ipotesi da cui dipende la soluzione".

IPOTESI	**DATI**	**VARIABILI**
1)Ciascun corridore percorre il tratto di strada, di lunghezza S, sempre nel medesimo intervallo di tempo e il tempo impiegato dal ciclista è minore del tempo impiegato dal pedone. Supponiamo anche che il moto di entrambi sia rettilineo uniforme 2)L'istante iniziale del moto, per ciascun corridore, può variare casualmente in un certo intervallo, in modo indipendente l'uno dall'altro . 3)Ogni giorno pedone e ciclista potrebbero percorrere la stessa strada nello stesso verso oppure nel verso opposto	**Sono assegnati:** • La lunghezza **S** del percorso • il tempo Δt_c impiegato dal ciclista • il tempo Δt_p impiegato dal pedone , con $\Delta t_c < \Delta t_p$ *da cui* $\lvert v_c \rvert = \frac{S}{\Delta t_c}$; $\lvert v_p \rvert = \frac{S}{\Delta t_p}$ La fascia oraria $[a, b]$ in cui parte il ciclista La fascia oraria $[c, d]$ in cui parte il pedone	Le variabili t_c (istante iniziale per il ciclista) e t_p (istante iniziale per il pedone) possono essere considerate variabili aleatorie a distribuzione uniforme in un intervallo (ipotesi 2)

Leggi orarie	**Caso A** **Pedone e ciclista percorrono la stessa strada nel verso opposto.**	**Caso B** **Pedone e ciclista percorrono la stessa strada nello stesso verso.**
Legge oraria per il ciclista	$y = \frac{S}{\Delta t_c}(t - t_c)$	$y = \frac{S}{\Delta t_c}(t - t_c)$
Legge oraria per il pedone	$y = -\frac{S}{\Delta t_p}(t - t_p) + S$	$y = \frac{S}{\Delta t_p}(t - t_p)$

Condizioni che devono essere soddisfatte dalle due variabili t_c e $t_p$affinché avvenga l'incontro	**Caso A** **Pedone e ciclista percorrono la stessa strada nel verso opposto.**	**Caso B** **Pedone e ciclista percorrono la stessa strada nello stesso verso.** Se i due corridori non partono nello stesso istante, il pedone dovrà partire con un certo vantaggio e il ciclista dovrebbe raggiungerlo
Fissato il valore di $\boldsymbol{t_c}$, affinché il ciclista possa, durante il suo percorso, incontrare il pedone, quest'ultimo deve partire dall'estremità opposta all'istante $\boldsymbol{t_p}$ tale che	$\boldsymbol{t_c - \Delta t_p \le t_p \le t_c + \Delta t_c}$	$\boldsymbol{t_c + \Delta t_c - \Delta t_p \le t_p \le t_c}$
come si può provare con una **discussione eventualmente grafica** del sistema parametrico, rispetto al parametro $k = t_p$ (in un piano cartesiano Oty)	$\begin{cases} \boldsymbol{y = \dfrac{S}{\Delta t_c}(t - t_c)} \\ \boldsymbol{y = -\dfrac{S}{\Delta t_p}(t - k) + S} \\ \boldsymbol{t_c \le t \le t_c + \Delta t_c; \quad 0 \le y \le S} \end{cases}$	$\begin{cases} \boldsymbol{y = \dfrac{S}{\Delta t_c}(t - t_c)} \\ \boldsymbol{y = \dfrac{S}{\Delta t_p}(t - k)} \\ \boldsymbol{t_c \le t \le t_c + \Delta t_c; 0 \le y \le S} \end{cases}$
Se si conosce l'intervallo $[a; b]$ in cui può variare t_c , possiamo affermare che affinché il ciclista incontri il pedone, quest'ultimo deve partire in un istante t_p tale che	$\boldsymbol{a - \Delta t_p \le t_p \le b + \Delta t_c}$	$\boldsymbol{a + \Delta t_c - \Delta t_p \le t_p \le b}$

Probabilità dell'incontro

L'evento $I\{il\ ciclista\ e\ il\ pedone\ si\ incontrano\}$ è l'unione dei due eventi tra loro incompatibili :

$P(I) = P(A) \cdot \mathrm{P(I\backslash A)} + \mathrm{P(B)} \cdot \mathrm{P(I\backslash B)}$ dove

$$I|A = I_A\{il\ ciclista\ e\ il\ pedone\ si\ incontrano\ secondo\ il\ caso\ A\}$$
$$I|B = I_B\{il\ ciclista\ e\ il\ pedone\ si\ incontrano\ secondo\ il\ caso\ B\}$$

Alla probabilità che si verifichi il caso A o il caso B , in assenza di ulteriori informazioni ,può essere assegnato il valore $\frac{1}{2}$.

Gli eventi I_A e I_B sono associati alle due variabili aleatorie $\mathrm{t_c}$ e $\mathrm{t_p}$, tra loro indipendenti .

Per l'ipotesi 2) sia lo studio della probabilità congiunta, sia il calcolo del valore di probabilità $\boldsymbol{P(I_A)}$, sia il calcolo del valore di probabilità $\boldsymbol{P(I_B)}$, possono essere affrontati con metodi elementari .

Posto $\boldsymbol{n = \frac{1}{P(I)}}$, l'incontro avverrà ogni n giorni