

RIELABORAZIONE DELLA SOLUZIONE PUBBLICATA NEL NUMERO SUCCESSIVO DEL P.d.M.

Supponiamo pertanto che l'istante iniziale t_c del moto del ciclista possa variare, casualmente e in modo uniforme, in un intervallo di tempo $[a; b]$ e, analogamente, il pedone possa partire indifferentemente in un istante t_p dell'intervallo

$[a - \Delta t_p; b + \Delta t_c]$ nel caso A

e in un istante dell'intervallo

$[a - \Delta t_p + \Delta t_c ; b]$ nel caso B .

RISULTATI

	Caso A Pedone e ciclista percorrono la stessa strada nel verso opposto.	Caso B Pedone e ciclista percorrono la stessa strada nello stesso verso.
Probabilità	$P(I_A) = \frac{(\Delta t_c + \Delta t_p)}{(b - a + \Delta t_c + \Delta t_p)}$	$P(I_B) = \frac{(\Delta t_p - \Delta t_c)}{(b - a + \Delta t_p - \Delta t_c)}$
Confronto	$P(I_A) > P(I_B)$	
Probabilità totale	$P(I) = \frac{1}{2}(P(I_A) + P(I_B))$	

Caso A)

L'insieme dei casi possibili è costituito dalle coppie ordinate di numeri reali $(t_c; t_p)$ con $a \leq t_c \leq b$ e $a - \Delta t_p \leq t_p \leq b + \Delta t_c$, cioè dai punti di un rettangolo di lati $(b - a)$ e $(b - a + \Delta t_c + \Delta t_p)$

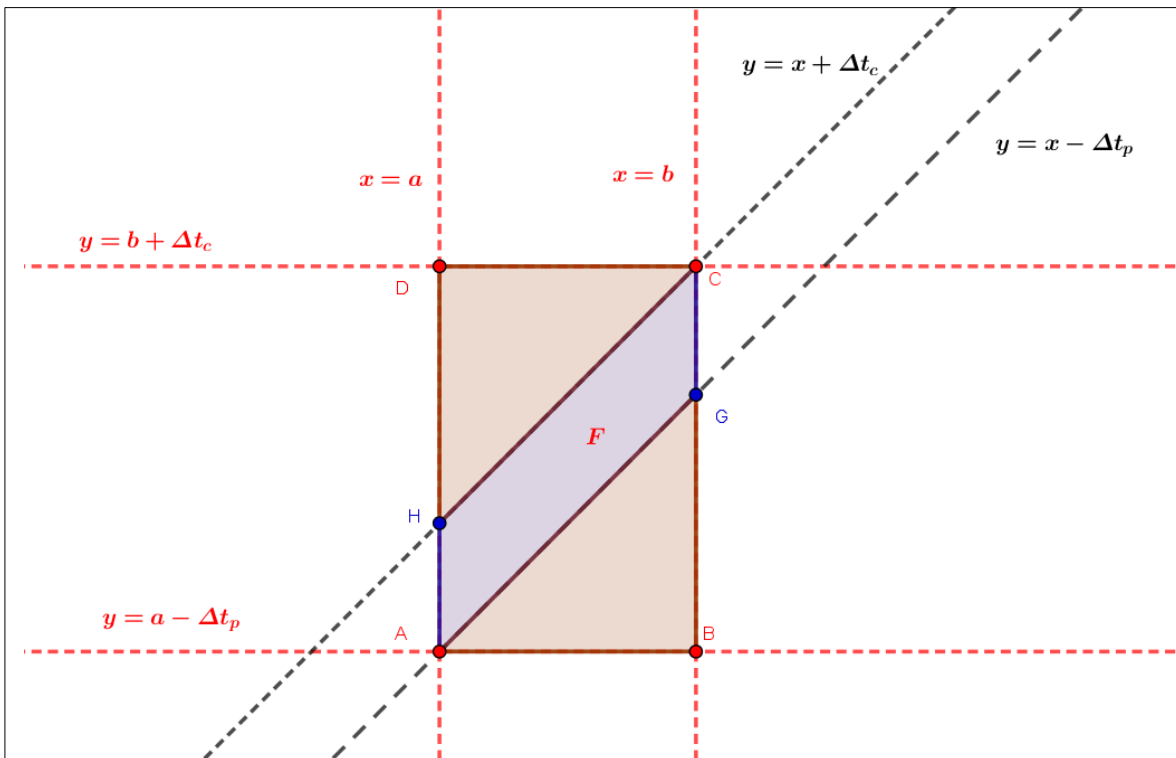
I casi favorevoli al verificarsi dell'incontro corrispondono ai punti che soddisfano il sistema di disequazioni

$$t_c - \Delta t_p \leq t_p \leq t_c + \Delta t_c$$

In un piano cartesiano Oxy , dove le ascisse corrispondono alla variabile t_c e le ordinate alla variabile t_p il sistema è soddisfatto dalla parte di piano compresa tra le due rette parallele

$$r: y = x - \Delta t_p \quad s: y = x + \Delta t_c$$

Geometricamente si ha la situazione della figura seguente



I punti del rettangolo R di vertici

$$A(a; a - \Delta t_p) \quad B(b; a - \Delta t_p) \quad C(b; b + \Delta t_c) \quad D(a; b + \Delta t_c)$$

rappresentano i casi possibili, mentre i punti del poligono F di vertici

$$A(a; a - \Delta t_p) \quad G(b; b - \Delta t_p) \quad C(b; b + \Delta t_c) \quad H(a; a + \Delta t_c)$$

rappresentano i casi favorevoli.

Le rispettive aree sono $Area(R) = \overline{AB} \cdot \overline{AD} = (b - a)(b - a + \Delta t_c + \Delta t_p)$

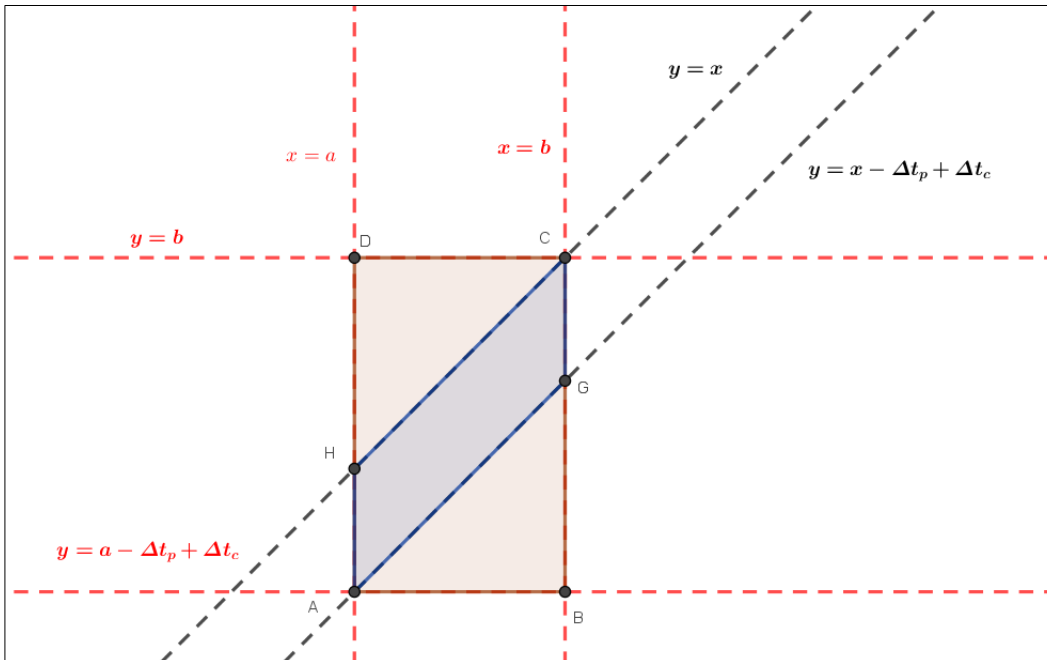
$$Area(F) = \overline{AH} \cdot \overline{DC} = (\Delta t_c + \Delta t_p)(b - a)$$

la probabilità che l'incontro avvenga è uguale, pertanto, a

$$P(I_A) = \frac{Area(F)}{Area(R)} = \frac{(\Delta t_c + \Delta t_p)}{(b - a + \Delta t_c + \Delta t_p)}$$

Caso B)

In modo analogo si procede nel caso B, come indicato nella figura seguente



I punti del rettangolo R di vertici

$$A(a; a - \Delta t_p + \Delta t_c) \quad B(b; a - \Delta t_p + \Delta t_c) \quad C(b; b) \quad D(a; b)$$

rappresentano i casi possibili mentre i punti del poligono F di vertici

$$A(a; a - \Delta t_p + \Delta t_c) \quad G(b; b - \Delta t_p + \Delta t_c) \quad C(b; b) \quad H(a; a)$$

rappresentano i casi favorevoli.

Le rispettive aree sono $Area(R) = \overline{AB} \cdot \overline{AD} = (b - a)(b - a + \Delta t_p - \Delta t_c)$

$$Area(F) = \overline{AH} \cdot \overline{DC} = (\Delta t_p - \Delta t_c)(b - a)$$

la probabilità che l'incontro avvenga è uguale, pertanto, a

$$P(I_B) = \frac{Area(F)}{Area(R)} = \frac{(\Delta t_p - \Delta t_c)}{(b - a + \Delta t_p - \Delta t_c)}$$

Confronto

Essendo

$$P(I_A) = \frac{1}{\frac{b-a}{\Delta t_c + \Delta t_p} + 1} \quad ; \quad P(I_B) = \frac{1}{\frac{b-a}{\Delta t_p - \Delta t_c} + 1} \quad ; \quad b > a \quad , \quad \Delta t_p > \Delta t_c > 0$$

si verifica che $\frac{b-a}{\Delta t_c + \Delta t_p} < \frac{b-a}{\Delta t_p - \Delta t_c} \rightarrow P(I_A) > P(I_B)$

OSSERVAZIONE

Questa proposta risolutiva si riferisce, in effetti, ad un caso particolare, essendo $[c; d] \equiv [a - \Delta t_p ; b + \Delta t_c]$ oppure $[c; d] \equiv [a + \Delta t_c - \Delta t_p ; b]$, cioè si ammette, quale ipotesi aggiuntiva, che il pedone parta proprio entro fascia oraria che rende possibile l'incontro.

Geometricamente si ottiene il caso particolare in cui l'intersezione tra la striscia compresa fra r ed s e il rettangolo ABCD, sia un parallelogramma F avente due vertici in A e in C rispettivamente.

In generale, lasciando invariato l'intervallo $[a; b]$, al variare di $[c; d]$, come si può facilmente verificare, si ottengono risultati differenti. Se la suddetta intersezione è vuota, l'evento considerato ha probabilità nulla.