Metodo trigonometrico
Siano a e b le misure dei lati BC e AC, rispettivamente, con $a > b$.

Applicando il teorema dei seni si ha

$$\frac{1}{\sin 3\alpha} = \frac{a}{\sin 2\alpha} = \frac{b}{\sin\alpha} \rightarrow \begin{cases} a = \frac{\sin 2\alpha}{\sin 3\alpha} \\ b = \frac{\sin\alpha}{\sin 3\alpha} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{\alpha\to 0^+} a = \frac{2}{3} \\ \lim\limits_{\alpha\to 0^+} b = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Se $\alpha \rightarrow 0$ C tende ad assumere, come posizione limite, un punto del segmento AB, distante $\frac{1}{3}$ *da A* e $\frac{2}{3}$ *da B*

Se $\alpha \rightarrow \pi/3$, i lati AC e BC tendono a diventare paralleli e il punto C si allontana verso l'infinito

Dalle equazioni

$$\frac{1}{\sin 3\alpha} = \frac{a}{\sin 2\alpha} = \frac{b}{\sin\alpha}$$

otteniamo, utilizzando le formule di duplicazione e di triplicazione,

$$\begin{cases} a = b\frac{\sin 2\alpha}{\sin\alpha} = b\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha} = 2b\cos\alpha \\ b = \frac{\sin\alpha}{\sin 3\alpha} = \frac{\sin\alpha}{3\sin\alpha - 4sin^3\alpha} = \frac{1}{3 - 4sin^2\alpha} \end{cases}$$

Eliminando il parametro α

$$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{a}{2b} \\ b = \frac{1}{3 - 4\left(1 - \frac{a^2}{4b^2}\right)} \end{cases} \rightarrow b = \frac{b^2}{a^2 - b^2} \rightarrow b = a^2 - b^2$$

Poichè, nello stesso riferimento cartesiano della precedente soluzione, si ha

$a = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$ e $b = \sqrt{x^2 + y^2}$ possiamo scrivere

$$\sqrt{x^2 + y^2} = (x-1)^2 + y^2 - x^2 - y^2 = -2x + 1$$

ovvero

$x^2 + y^2 = 4x^2 - 4x + 1 \rightarrow \boldsymbol{3x^2 - y^2}$**-4x+1=0**

ritrovando facilmente gli stessi risultati della soluzione precedente .