

Teoria delle funzioni.

Lo sviluppo più fruttuoso nella teoria delle funzioni si è avuto nella teoria dell'approssimazione di funzioni di variabili reali e complesse mediante polinomi algebrici o trigonometrici o altre funzioni più semplici. Dopo il 1917 **Serhii Bernshtein** continuò il suo lavoro all'Università di Kharkiv nella teoria delle funzioni costruttive, per la quale divenne noto a livello internazionale all'inizio degli anni '20. Negli anni '20 e all'inizio degli anni '30 Bernshtein e membri della sua scuola ottennero risultati importanti nello studio di funzioni assolutamente monotone e intere funzioni a gradi finiti. Fra i molti membri della scuola di Kharkiv, Ya ha dato un contributo significativo con Geronimus (polinomi ortogonali, studi delle proprietà estreme dei polinomi trigonometrici e razionali), V. Honcharov (approssimazione e interpolazione delle funzioni), B. Levin (teoria delle intere funzioni con crescita regolare) e B. Levitan (studio delle funzioni quasi periodiche). Nel 1933 Naum Akhiezer si unì alla scuola di Kharkiv e presto ne divenne il membro principale. Il suo lavoro più eccezionale consiste in risultati di approssimazione profonda nella teoria della funzione costruttiva, inclusa la soluzione del problema di Zolotarev.

Risultati eccezionali nella teoria dell'approssimazione sono stati ottenuti negli anni '50 da Volodymyr Marchenko dell'Istituto fisico-tecnico delle basse temperature dell'Accademia delle scienze della SSR ucraina a Kharkiv, incluso lo studio delle funzioni quasi periodiche in \mathbb{R} . Contributi importanti per quest'ultima classe di funzioni furono dati dagli anni '30 agli anni '50 anche da O. Kovanko e I. Sokolov a Leopoli, Nikolai Bogoliubov, Mykhailo Kravchuk e S. Zukhovyt'sky a Kyiv e Marko Kerin e B. Korenblum a Odessa. A metà degli anni '30 Yevhen Remez diede un contributo

significativo a un nuovo aspetto della teoria delle funzioni costruttive, sviluppando un metodo numerico rigoroso noto come algoritmo di Remez. Successivamente è stato costruito un algoritmo simile per l'approssimazione razionale di funzioni continue definite su un segmento.

Nel 1961 da M. Korniiichuk dell'Università di Dnipropetrovs fu risolto il problema di trovare l'esatto limite superiore minimo degli errori per la classe delle funzioni periodiche continue di Hölder quando l'approssimazione è data dal metodo lineare di Favard. Nel 1970 Korniiichuk risolse quel problema nella sua completa generalità inventando un nuovo metodo, che fu poi utilizzato da vari autori. Tra la fine degli anni '60 e l'inizio degli anni '70 Korniiichuk, Dziadyk e A. Stepanets svilupparono un nuovo metodo per trovare l.u.b. asintotico quando le funzioni lisce sono approssimate da polinomi generali di sommatoria di Fourier. Questo metodo è stato successivamente esteso da Stepanets al caso multidimensionale. M. Korniiichuk si è unito a Vladyslav Dziadyk presso l'Istituto di Matematica dell'Accademia delle Scienze della SSR ucraina nel 1974, rendendo così Kyiv un forte centro per lo studio della teoria dell'approssimazione delle funzioni.

Dziadyk e i suoi studenti V. Konovalov e L. Shevchuk hanno sviluppato nuovi metodi per la soluzione di problemi estremi e hanno trovato le condizioni migliori per garantire la continuazione di una funzione in uno spazio di Sobolev da un piano impostato all'intero piano. Korniiichuk e la sua scuola hanno continuato a lavorare sulla teoria dell'approssimazione delle funzioni: ciò ha portato nel 1987 alla pubblicazione di una monografia sulle costanti esatte nella teoria

dell'approssimazione (1987). Nel 1983 A. Stepanets ha sviluppato un nuovo approccio nella classificazione delle funzioni periodiche. Yu. Melnyk ha sviluppato nuovi metodi efficaci per la costruzione di intere funzioni con determinate proprietà asintotiche, metodi poi applicati alla teoria della rappresentazione dei sistemi. V. Havryliuk ha trovato condizioni necessarie e sufficienti per la convergenza di integrali singolari multipli nei punti di Lebesgue di funzioni sommabili. Questi tipi di risultati nella teoria delle funzioni reali sono stati estesi da Konovalov, Shevchuk, P. Zaderei e altri. Un importante lavoro sulla teoria della funzione reale è stato svolto anche a Kharkiv (Yosyp Ostrovsky, Volodymyr Protsenko), Dnipropetrovsk (A. Timan), Lviv, Odessa e altri centri.

Lo sviluppo della teoria delle funzioni di una variabile complessa è stato influenzato dal matematico di Mosca **Mikhail Lavrentev**, direttore dell'Istituto di Matematica dell'Accademia delle Scienze della RSS Ucraina a Kyiv (1939–41, 1945–8) durante il culmine della industrializzazione e costruzione idrotecnica nell'Ucraina sovietica. Lavrentev ha dato un contributo fondamentale alla teoria delle mappature conformi e quasi conformi e alla sua diversa applicazione in vari campi, incluso lo sviluppo industriale. Le sue teorie sono state ulteriormente sviluppate da un certo numero di suoi studenti e collaboratori in Ucraina e altrove. Negli anni '50 P. Bilinsky dell'Università di Lviv ha dato contributi significativi alla differenziabilità e alla teoria del comportamento di mappature quasi conformi in punti isolati e alla teoria della struttura. È stato il primo a introdurre il metodo variazionale di base nella teoria delle mappe quasi coniche.

I suoi studenti S. Krushkal e P. Biluta hanno continuato il suo lavoro. Negli anni '60 Heorhii Suvorov di Donetsk ha esteso una serie di risultati di Lavrentev per mappature conformi e quasi conformi, inclusi teoremi di stabilità e differenziabilità, a classi più generali di trasformazioni piane e spaziali. Risultati originali nella teoria delle funzioni di una variabile complessa sono stati ottenuti negli anni '50 e '60 da Heorhii Polozhii di Kyiv, che ha introdotto una nuova nozione di funzioni p -analitiche, ha definito le nozioni di derivata e integrale per queste funzioni, ne ha sviluppato il calcolo, ha ottenuto una formula di Cauchy generalizzata e ha ideato un nuovo metodo di approssimazione per la soluzione di problemi di elasticità e filtrazione. I suoi risultati sono stati ulteriormente sviluppati dai suoi studenti e da Ivan Liashko, che ha risolto una serie di problemi nella teoria della filtrazione. P. Filchakov ha ottenuto importanti risultati nell'effettiva costruzione approssimata della *funzione di Riemann*, nella determinazione delle costanti nell'integrale di Kristoffel-Schwartz e nello sviluppo di un metodo, basato sui precedenti risultati di Lavrentev, per la soluzione di problemi generali del piano filtrazione in terreni omogenei e anisotropi. Gli sforzi della ricerca di Lavrentev e dei suoi colleghi sono stati diretti dopo il 1945 verso lo sviluppo di metodi che hanno gettato le basi per la massiccia costruzione idrotecnica di dighe, canali e ponti sul fiume Volga, sul fiume Dnipro e sul fiume Don.

Risultati significativi nella teoria delle funzioni analitiche generali sono stati ottenuti negli anni '60 e '70 da Ivan Danyliuk di Donetsk che li ha usati per risolvere complicate PDE ed equazioni integrali singolari. Vladyslav Dziadyk ha ottenuto una semplice caratterizzazione geometrica delle funzioni analitiche

e ha introdotto nuove idee nel loro studio. P. Tamrazov ha risolto un importante problema generale riguardante il comportamento limitante della funzione olomorfa e ha anche risolto una serie di problemi estremi per le mappature conformi. I. Mitiuk ha ottenuto nuovi risultati per mappature conformi univalenti e multivalenti e ha sviluppato nuovi metodi per il loro studio. Utilizzando alcuni risultati topologici di Yu. Reshetniak della fine degli anni '60, Yu. Trokhymchuk ha mostrato che i ben noti teoremi di D. Menshov sulle mappature conformi sono validi nello spazio euclideo n -dimensionale per n maggiore di due. In precedenza V. Zmorovych di Kiev ha esteso in modo significativo il teorema di Riesz-Gerglotz per ottenere nuovi teoremi di rappresentazione integrale per alcune classi di funzioni olomorfe e meromorfe univalenti e non univalenti. L'approccio della rappresentazione integrale ampiamente utilizzato dai matematici di Kyiv nella teoria delle funzioni univalenti (1948-1966) è stato successivamente "riscoperto" e sviluppato di nuovo dai matematici occidentali.

Contributi fondamentali e sfaccettati alla teoria delle funzioni intere e meromorfe sono stati forniti da studiosi con sede a Kharkiv (Serhii Bernshtein, B. Levin, V. Honcharov, Naum Akhiezer, Yosyp Ostrovsky e Volodymyr Marchenko), Odessa (Marko Krein, V. Potapov) e Lviv (A. Goldberg), e in precedenza da Mykhailo Kravchuk e M. Chebotarev. Il problema dell'approssimazione di varie classi di funzioni di una variabile complessa mediante polinomi e funzioni razionali è stato oggetto di studio di Mikhail Lavrentev e P. Bilinsky.

Ma la teoria costruttiva delle funzioni di variabili complesse (simile a quella originata da Bernshtein per le funzioni di

variabili reali) è nata dal lavoro di Vladyslav Dziadyk alla fine degli anni '50: questo nuovo metodo è stato descritto in una serie di importanti articoli negli anni '60 e '70. Risultati significativi sono stati ottenuti anche negli anni '70 e '80 dai suoi ex studenti L. Shevchuk, V. Bely, A. Holub e V. Andriievsky a Donetsk e V. Konovalov, P. Tamrazov, V. Temlakov e P. Zaderei a Kyiv.