



IIS BERNALDA - FERRANDINA

Presidenza: BERNALDA (MT) - Via Schwartz, 75012 – Tel.: 0835-549136

FERRANDINA (MT) - Via Lanzillotti, 75013 - Tel.: 0835-556009

PEO: mtis016004@istruzione.it; PEC: mtis016004@pec.istruzione.it

Sito Web: <http://iisbernaldaFerrandina.edu.it>



Esame di Stato di Istruzione Secondaria Superiore

Sessione Ordinaria

Liceo Scientifico a.s. 2021/2022

Seconda prova scritta di matematica

Il candidato risolve uno dei due problemi e risponde a 4 quesiti.

Problema 1

Considera la famiglia di funzioni $f_k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo

$$f_k(x) = \frac{4x}{k + x^2},$$

dove k è un parametro reale positivo.

1. Studia la funzione $f_k(x)$ al variare di $k \in \mathbb{R}^+$ evidenziandone, in particolare, simmetrie, asintoti, massimi e minimi. In particolare, determina il valore di k in corrispondenza del quale la funzione ha un massimo assoluto di ordinata 2; verificato che risulta $k = 1$.
2. Traccia il grafico della funzione $f(x)$ ottenuta per $k = 1$.
3. Traccia il grafico della funzione derivata prima: $g(x) = f'(x)$
4. Determina l'area del triangolo ottenuto unendo i punti di minimo e di massimo della funzione $g(x) = f'(x)$

Problema 2

Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{3 - ax}{6 + x}}$$

dove a è un parametro reale.

1. Determina il valore del parametro a sapendo che la funzione $f(x)$ passa per il punto di minimo del grafico di $g(x) = e^{\frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{9}{2}}$.

2. Studia la funzione $f(x)$ ottenuta sostituendo il valore del parametro a precedentemente determinato, e traccia il rispettivo grafico della funzione $f(x)$.
3. Calcola l'equazione della retta tangente alla funzione nel suo punto di ascissa nulla.
4. Determina i punti di intersezione della retta tangente con gli assi cartesiani, poi calcola l'area del triangolo ottenuto congiungendo tali punti con l'origine degli assi.

Quesito 1

Determina il valore dei parametri reali a e b in modo che la funzione

$$f(x) = \frac{1 + a \ln x}{1 - b \ln x}$$

ammetta gli asintoti $x = e$ e $y = -1$.

Determina, se esistono, gli ulteriori asintoti della funzione.

Quesito 2

Si calcoli il seguente limite: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x - \cos x}$

Quesito 3

Verifica se la funzione

$$f(x) = 1 + \sqrt{x^2 - x^4}$$

ha un punto angoloso.

Quesito 4

Determina gli eventuali punti di flesso della funzione $y = f(x)$:

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x + c$$

Quesito 5

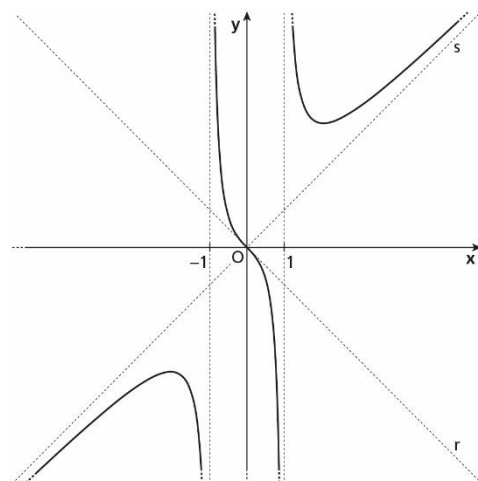
In figura è riportato il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{ax^3 + bx}{x^2 + c}$$

La retta s di equazione $y = x$ è asintoto di $f(x)$ e

la retta r di equazione $y = -x$ è tangente in O al grafico di $f(x)$.

Determina l'espressione analitica della funzione $f(x)$, calcolando i parametri a , b , c .



Quesito 6

Si calcoli il seguente limite: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

Quesito 7

Determinare per la seguente funzione il punto o i punti che verificano il teorema di Rolle, dopo aver verificato che sussistono tutte le condizioni richieste dal teorema nell'intervallo $[-1; 1]$.

$$f(x) = -\frac{2}{2x^4 - x^2 + 3}$$

Quesito 8

Considera la funzione

$$f(x) = \begin{cases} ax^2(x+2) + bx - 8a, & \text{se } x < 2 \\ \ln(x-1), & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

Determina per quali valori dei parametri reali a e b la funzione è ovunque continua e derivabile.