

## PROBLEMA

Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{ax^3 + x^2}$$

che definisce una curva  $\gamma$  variabile al variare del parametro reale  $a \neq 0$ .

1. Si determini il luogo geometrico  $\mathcal{L}$  dei punti di massimo di  $\gamma$  al variare del parametro reale  $a$  e si studi la continuità e la derivabilità del luogo ottenuto;
2. Si determini il valore di  $a$  in modo che la curva sia tangente nel punto di ascissa  $\frac{1}{2}$  alla retta di coefficiente angolare  $m = \frac{5\sqrt[3]{4}}{6}$ ;
3. Dopo aver verificato che  $a=2$ , si disegni il grafico della curva ottenuta mettendo in evidenza i punti stazionari e i flessi;
4. Si determini il volume del solido generato dalla rotazione completa, intorno all'asse  $y$ , della regione di piano compresa tra il luogo  $\mathcal{L}$  la retta di equazione  $y=3$  e l'asse  $y$ .