

SECONDA PROVA SCRITTA - CLASSI QUINTE 2021-2022  
LICEO SCIENTIFICO - LICEO DELLE SCIENZE APPLICATE

**Tema di:** MATEMATICA - Durata della prova: 5 ore.

Candidato: \_\_\_\_\_ Sezione: \_\_\_\_\_

**È richiesto di risolvere uno dei due problemi e quattro quesiti a scelta tra gli otto proposti nel questionario**

Prima di consegnare indicare qui ↓ i numeri degli esercizi svolti:

Problema n° \_\_\_\_\_ Quesito n° \_\_\_\_\_ Quesito n° \_\_\_\_\_ Quesito n° \_\_\_\_\_ Quesito n° \_\_\_\_\_

**Problema 1**

Considera la funzione  $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x^2+1}$  con  $a, b, c \in \mathbf{R}$ .

**A.** Determina  $a, b, c$  in modo che la funzione abbia come asintoto l'asse  $x$ , un punto stazionario per  $x = 1$  e la tangente  $t$  nel punto di ascissa  $x=0$  abbia coefficiente angolare 1.

**Sia  $a = 0, b = 1$  e  $c = 0$  per tutti i punti che seguono.**

**B.** Studia la funzione  $f$ , determinando anche i punti di flesso ed equazioni delle tangenti nei punti di flesso, quindi traccia il grafico della funzione.

**C.** Calcola, se esistono:

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin(x)}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin^2(x)}$

3.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \sin(x)]$ .

**D.** Dimostra che  $\int_1^{+\infty} f(x)dx$  diverge.

**Problema 2**

Considera la funzione  $f(x) = (1 - x)e^x$

**A.** Studia la funzione e tracciane il grafico.

**B.** Traccia il grafico di  $y = |f(x)|$  e studiane la derivabilità.

**C.** Calcola l'area della regione di piano limitata da  $f(x)$ , dall'asse  $x$  e dall'asse  $y$ .

**D.** Determina il volume ottenuto dalla rotazione completa intorno all'asse  $x$  della regione di piano limitata da  $f(x)$ , dall'asse  $x$  e dall'asse  $y$ .

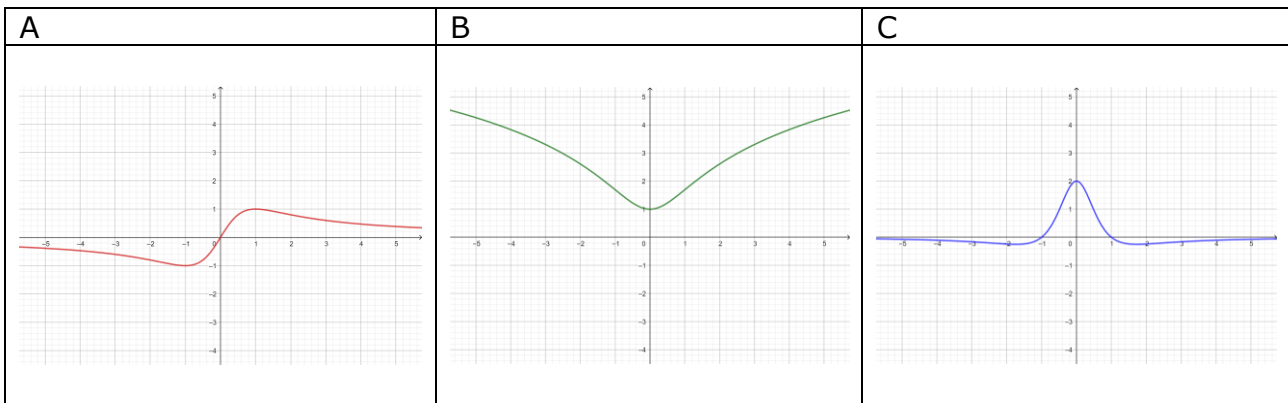
## Questionario

1) Calcola, giustificando il procedimento risolutivo:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} - 1}{x^2 - 1}$ .

2) Sia  $\alpha$  il piano di equazione  $3x - 2y + z - 5 = 0$ . Determina:

- l'equazione della superficie sferica  $\Omega$  di centro  $P(-1, -2, 2)$  tangente al piano  $\alpha$ ;
- l'equazione del piano  $\beta$  passante per  $P$  e parallelo al piano  $\alpha$ ;
- i parametri  $a, d$  tali per cui l'equazione del piano  $\gamma: ax - 4y + z + d = 0$  sia quella di un piano passante per  $P$  e perpendicolare al piano  $\alpha$ .

3) Dati i seguenti grafici, individua  $f, f', f''$ ; giustifica la tua scelta:



4) Si lanci più volte un dado le cui facce sono numerate da 1 a 6 e si calcoli:

- a) la probabilità che esca il 3 per la prima volta al quarto lancio;
- b) il minimo valore di  $n$  affinché la probabilità che il 3 esca per la prima volta all' $n$ -esimo lancio sia minore di 0,02;
- c) la probabilità che esca almeno due volte il 3 nei primi quattro lanci.

5) Studia continuità e derivabilità della funzione  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{9 - x^2} & \text{se } x \in [0; 3] \\ -\sqrt{x^2 - 9} & \text{se } x \in (3; +\infty) \end{cases}$

e classifica eventuali punti di discontinuità o di non derivabilità.

6) Dopo aver trovato i punti di intersezione, determina l'area della parte di piano compresa tra le curve  $y = x^2 - 2x + 3$  e  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$ .

7) Fra tutti i trapezi inscritti in una semicirconferenza di raggio  $r$  e aventi per base maggiore il diametro, determinare quello di area massima.

8) Determinare il valor medio della funzione  $f(x) = \sqrt{1 + x}$  nell'intervallo  $[0, 3]$  e il valore di  $x$  in cui la funzione assume tale valore.

Durata massima della prova: 5 ore.

È consentito l'uso di calcolatrici scientifiche e/o grafiche purché non siano dotate di capacità di calcolo simbolico (O.M. n. 205 Art. 17 comma 9).

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.