Via Rimini, 1 04012 CISTERNA DI LATINA (LT)
c. m. LTIS00100R – Codice Univoco Ufficio UFAC4D - C.F. 91004900592 – Codice iPA istsc_ltis00100r
☎ 06.96873133 - LTIS00100R@istruzione.it – LTIS00100R@pec.istruzione.it
Sito web: www.iisramadu.edu.it

ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzo: SCIENTIFICO

SECONDA PROVA: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti.

PROBLEMA 1

a) Determina i valori dei parametri a, b, c, d in modo tale che la funzione $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ abbia un flesso nel punto O(0;0) ed un massimo relativo nel punto M(1;2).

b) Nel punto a) hai verificato che $a = -1\,; b = 0\,; c = 3\,; d = 0$. Traccia il grafico γ della funzione così ottenuta dopo averne studiato le caratteristiche principali e determinato le coordinate dei punti di massimo, minimo e flesso della funzione. Determina inoltre l'equazione della retta r tangente al grafico γ nel punto O.

c) Indica con t la retta tangente al grafico γ nel punto M. Determina l'area della regione finita di piano contenuta nel primo quadrante delimitata dalle rette r e t e dall'arco di γ compreso tra O ed M.

d) Sia P un punto del grafico γ contenuto nel primo quadrante. Indica con H la proiezione ortogonale di P sull'asse delle ascisse. Determina le coordinate del punto P che rendono massima l'area del triangolo OPH.

PROBLEMA 2

Considera la famiglia di funzioni $y = \frac{x-k}{x^2}$ dove k è un parametro reale positivo.

a) Tra le curve assegnate, indicare con γ quella la cui retta tangente nel punto di flesso è parallela alla retta di equazione x + 27y = 0.

b) Nel punto a) hai verificato che k = 1. Studia la funzione così ottenuta (fino alla derivata seconda) e disegna l'andamento di γ.

c) Determina l'equazione della retta t passante per l'origine del sistema di riferimento e tangente a γ.

d) Indica con A il punto di intersezione tra γ e l'asse delle ascisse e con B il punto di γ di ascissa x = 2. Calcola il volume del solido che si ottiene facendo ruotare di 360° intorno all'asse delle ascisse il trapezoide individuato dall'arco di γ di estremi A e B.

QUESITI

1) Considera la funzione $y = \begin{cases} 2x^3 + 4x^2 & x < 1 \\ ax^2 + b & x \geq 1 \end{cases}$

Stabilisci per quali valori di a e b è continua e derivabile in $x = 1$.

2) Calcola il limite della funzione

$$\frac{e^{senx} - cosx}{e^{cosx} - eln(x + e)}$$

quando x tende a 0.

3) Calcola il valore medio della funzione $f(x) = cosx\sqrt{senx}$ nell'intervallo $\left[0\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$.

4) Determina il dominio della funzione

$$y = log\left(\frac{2x + 1}{2x - 5}\right) + \sqrt{5 + 4x - x^2}$$

5) Determina il punto del grafico della funzione

$$y = \frac{2}{\sqrt{x}}$$

che ha distanza minima dall'origine del sistema di riferimento.

6) Stabilisci se la funzione $f(x) = \frac{x}{x-2}$ verifica le ipotesi del teorema di Lagrange nell'intervallo $[\,0\,;\,1\,]$ ed in caso affermativo determina il punto (o i punti) di cui il teorema garantisce l'esistenza.

7) Data la funzione $y = \frac{ax^2+bx}{x-2}$ con $a, b \in R$, determina i valori da assegnare ad a e b affinché il grafico abbia per asintoto la retta $y - x + 2 = 0$.

8) Fra le primitive della funzione $f(x) = \frac{x+5}{x^2+x-2}$ determina quella che passa per il punto $P(0; 2ln2)$.

Durata massima della prova: 6 ore.