



ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

A.S. 2021/22

Indirizzi: LI02, EA02 – SCIENTIFICO

LI03 – SCIENTIFICO (OPZIONE SCIENZE APPLICATE)

Tema di: **Matematica**

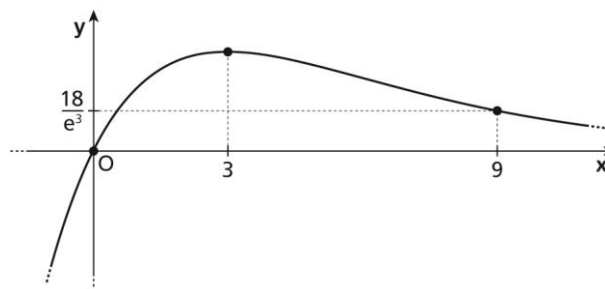
TRACCIA N. 2

Il candidato risolva e discuta uno dei due problemi e quattro degli otto quesiti proposti, argomentando i passaggi e le procedure utilizzate.

PROBLEMI

N. 1

Nella figura è rappresentato il grafico della funzione $f(x) = ax \cdot e^{-\frac{x}{b}}$, che ha un massimo relativo in $x = 3$.



- Utilizzare i dati in figura per determinare i valori dei parametri reali non nulli a e b .
- Dopo aver verificato che $a = 2$ e $b = 3$, calcolare le coordinate del punto di flesso F della funzione $f(x)$.
- Dal grafico della funzione $f(x)$ dedurre il grafico qualitativo della funzione derivata prima $f'(x)$ spiegando il suo legame con il grafico della funzione $f(x)$

N. 2

Data la funzione razionale fratta $y = \frac{x^3 + x^2}{4 - x^2}$:

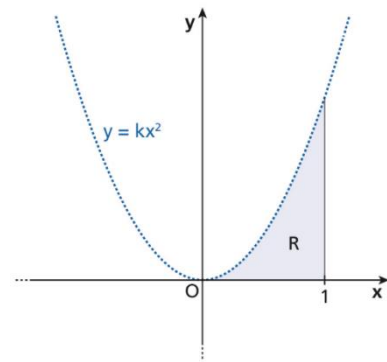
- Fare lo studio completo e disegnarne il grafico su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali;
- Dedurre dal suo grafico quello della funzione simmetrica rispetto all'asse y ;
- Calcolare l'area della porzione di piano racchiusa dal grafico della funzione e dall'asse x nell'intervallo $[-1; 0]$.

QUESTIONARIO

N. 1

La regione R in figura è delimitata dall'asse x , dalla retta di equazione $x=1$ e da un arco della parabola di equazione $y=kx^2$, dove $k > 0$ è un parametro reale.

Determina il valore di k in modo tale che il volume del solido ottenuto dalla rotazione completa di R intorno all'asse x sia uguale al volume del solido ottenuto dalla rotazione completa di R intorno all'asse y .



N. 2

Scrivere l'equazione della tangente alla curva di equazione $f(x) = \int_0^x (8t - 3t^2) dt$ nel suo punto di flesso, e trovare l'area della parte di piano individuata dalla curva e dall'asse x .

N. 3

Il numero $N(t)$ di animali di una popolazione varia periodicamente in funzione del tempo t (espresso in anni) secondo il modello

$$N(t) = 1000 - 300 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$$

Qual è il numero minimo di animali che la popolazione può raggiungere?

N. 4

Determinare il punto P della parabola $y = x^2$ per il quale è massima la differenza fra l'ascissa e l'ordinata.

N. 5

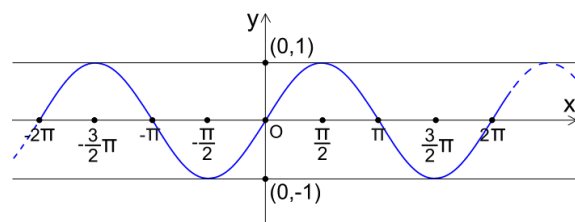
Calcolare la derivata della funzione $y = \frac{1}{x}$ adoperando la definizione di derivata.

N. 6

Determinare gli asintoti della seguente funzione: $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$.

N. 7

Partendo dal seguente grafico di funzione, disegnare il grafico della relativa funzione derivata nell'intervallo $[-2\pi, 2\pi]$.



N. 8

Scrivere l'equazione della retta tangente alla curva $y = \sqrt{x^2 - 1}$ nel punto $x=2$.

Durata della prova: 5 ore

Non è consentito lasciare l'istituto prima che siano trascorse tre ore dalla dettatura del compito.

È consentito l'uso delle calcolatrici scientifiche o grafiche non programmabili.