

Il modello matematico e le soluzioni

I tre problemi presi in considerazione si risolvono facilmente impostando un sistema lineare in due equazioni e due incognite, come si riscontra nei libri di testo di ogni indirizzo di studi.

Ottimi esercizi di algebra, da risolvere o discutere anche con metodi grafici, sono sempre presenti nelle applicazioni della matematica.

La possibilità di essere risolti anche con metodi euristici giustifica la loro presenza nell'opera di Fibonacci ed in altri trattati d'abaco, prima che si affermasse il formalismo algebrico; li rende idonei, altresì, a costruire quesiti da intrattenimento.

Le soluzioni di Fibonacci sfruttano sostanzialmente il concetto di proporzionalità, su cui si basa, in effetti, il modello algebrico lineare.

Problema A)

Se x è il dazio (in franchi) da pagare per ciascun barile e y è il prezzo di un barile, sempre in franchi, si ha

Soluzione 1 (pubblicata sul PdM)

$$\begin{cases} 59x = 5y + 40 \\ 18x = 2y - 40 \end{cases} \text{ in quanto si ritiene che, in effetti, i barili entrati a Parigi siano } 59+18$$

Soluzione

sommando membro a membro si ottiene $77x = 7y \rightarrow y = 11x$

sostituendo nella seconda equazione $4x = 40 \rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 110 \end{cases}$

Soluzione 2

Senza ricorrere al formalismo algebrico possiamo ragionare così:

Con 7 barili è stato pagato il dazio su 77 barili

Con 2 barili si potrebbe pagare il dazio su 22 barili

Poiché il secondo venditore, mediante 2 barili, ha invece pagato il dazio di 18 barili con una resa di 40 franchi, si deduce che la suddetta somma equivale alla tassa su 4 barili .

Conclusione : il dazio da pagare su ciascun barile è di 10 franchi e il prezzo di un barile è uguale a 11 volte il dazio, cioè 110 franchi

Problema B

Le balle di lana consegnate all'armatore sono state comunque caricate sulla nave e quindi per queste va pagato il prezzo di trasporto.

Sia x è il costo del trasporto di ciascuna balla e y è il prezzo di una balla.

L'unità di misura è il soldo. Si tiene conto del fatto che 1 soldo equivale a 12 denari

$$\begin{cases} 13x = y - 10 \\ 17x = y - 3 \end{cases} \text{ sottraendo } \rightarrow 4x = 7 \rightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{7}{4} \text{ di soldo} = \left(\frac{7 \cdot 12}{4} = 21\right) \text{ denari} \\ y = \frac{131}{4} \text{ di soldo} = 32 \text{ soldi e } \frac{3}{4} \text{ di soldo} = 32 \text{ soldi e } 9 \text{ denari} \end{cases}$$

Ovvero, se l'armatore restituisce

$$\begin{array}{ll} 10 \text{ soldi per } 13 \text{ balle} \\ 3 \text{ soldi per } 17 \text{ balle} \end{array}$$

vuol dire che il nolo di 4 balle costa 7 soldi, pertanto

il costo di trasporto per ogni balla è uguale a $\frac{7}{4}$ di soldo

il prezzo di ogni balla è $(13 \cdot 7/4 + 10)$ soldi oppure $(17 \cdot 7/4 + 3)$ soldi = $\frac{131}{4}$ di soldo

Problema C

Il mercante giunge al secondo punto di vendita con 5 pietre ma pagherà il dazio solo su 4;

una delle pietre sarà acquistata dall'esattore. Analogamente alla terza dogana pagherà il dazio solo su 3 pietre, vendendone una.

Sia x il dazio da pagare per ciascuna una pietra preziosa e y il prezzo di una pietra

L'unità di misura è il bisante.

$$\begin{cases} 4x = y - 100 \\ 3x = y - 150 \end{cases} \text{ sottraendo e sostituendo } \rightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 300 \end{cases}$$

Ovvero, l'esattore restituisce

100 bisanti se viene pagato il dazio su 4 pietre

150 bisanti se viene pagato il dazio su 3 pietre

Pertanto, il dazio su ciascuna pietra equivale a 50 bisanti e il prezzo di una pietra equivale a $(4 \cdot 50 + 100)$ bisanti oppure $(3 \cdot 50 + 150)$ bisanti = 300 bisanti