

Esempio del metodo delle trasformazioni (similitudine)

Un problema classico

Costruire un triangolo date le tre altezze

Soluzione

Dato un triangolo ABC , indichiamo con

- a la lunghezza del lato BC
- b la lunghezza del lato AC
- c la lunghezza del lato BA
- h la lunghezza dell'altezza relativa al lato BC
- k la lunghezza dell'altezza relativa al lato BA
- q la lunghezza dell'altezza relativa al lato AC
- S l'area del triangolo

Assegnati i valori di h, k e q , si devono determinare i valori di a, b, c .

Poiché

$$2S = a \cdot h = b \cdot q = c \cdot k$$

sono noti i rapporti dei lati e si può scrivere

$$\frac{b}{a} = \frac{h}{q} \quad \frac{c}{a} = \frac{h}{k} \quad \frac{b}{c} = \frac{k}{q}$$

Sia EBD un triangolo simile ad ABC , tale che la lunghezza del lato DB sia scelta arbitrariamente e indicata con a_1 , mentre

$$\overline{DE} = \frac{h}{q} a_1 \quad \overline{BE} = \frac{h}{k} a_1$$

Il rapporto di similitudine è uguale al rapporto $\frac{\overline{DB}}{\overline{CB}} = \frac{a_1}{a}$, pertanto, indicando con

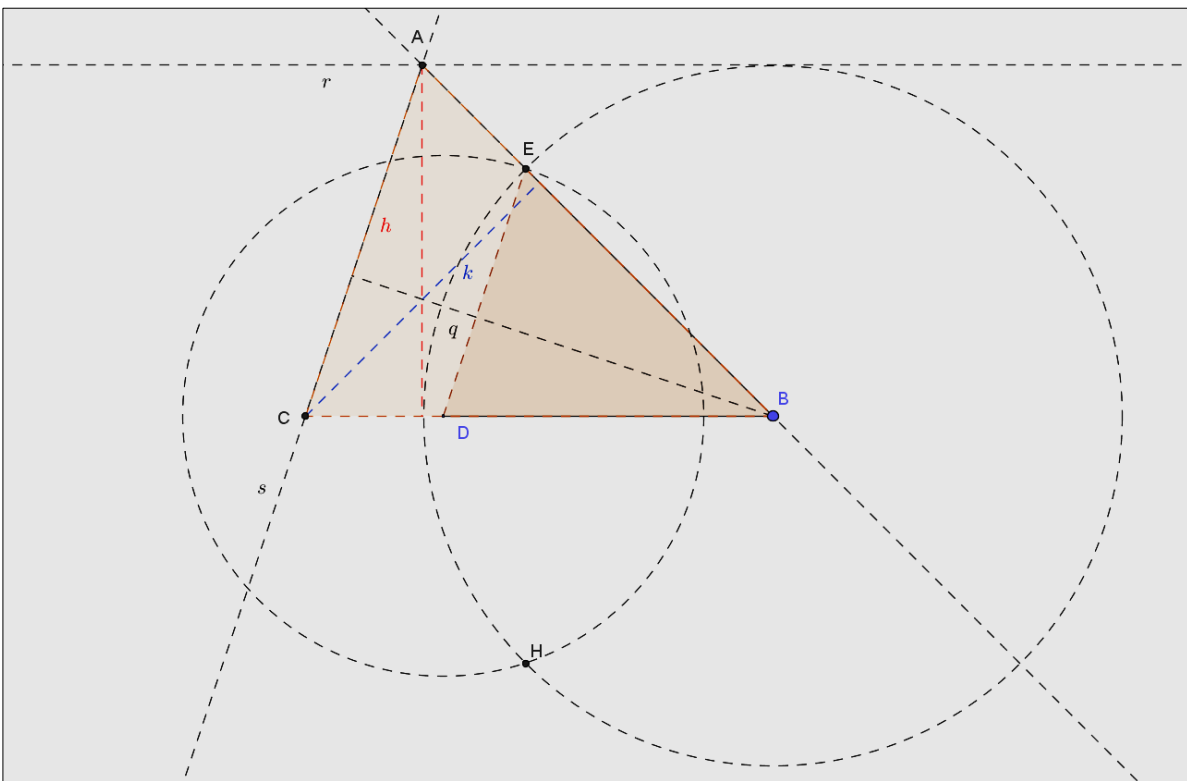
$$a_1 \quad b_1 \quad c_1 \quad h_1 \quad k_1 \quad q_1$$

le misure dei lati e delle altezze del secondo triangolo, si ottiene

$$\frac{b_1}{b} = \frac{c_1}{c} = \frac{a_1}{a} \quad \frac{h_1}{h} = \frac{k_1}{k} = \frac{q_1}{q} = \frac{a_1}{a}$$

Per costruire il triangolo EBD :

- disegniamo il segmento DB di lunghezza a_1 arbitraria
- tracciamo la circonferenza di centro D e raggio $\frac{h}{q} \overline{DB} = \frac{h}{q} a_1$
- tracciamo la circonferenza di centro B e raggio $\frac{h}{k} \overline{DB} = \frac{h}{k} a_1$
- indichiamo con E uno dei punti comuni alle due circonferenze



Per costruire il triangolo ABC

- tracciamo la retta r parallela alla retta DB e avente da essa distanza uguale a h , giacente nello stesso semipiano al quale appartiene il punto E
- prolunghiamo il lato BE fino ad incontrare la retta r nel punto A
- tracciamo la retta s parallela a DE e passante per A
- prolunghiamo il lato BD fino ad incontrare la retta s nel punto C