ISTITUTO D'ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE LICEO SCIENTIFICO

– ISTITUTO TECNICO TECNOLOGICO "G.B. VACCARINI" –

31 Gennaio 2023

"LUDENDO DISCITUR BIS"

METTIAMO AL BANDO LE LEZIONI NOIOSE

Convegno sull'insegnamento interdisciplinare della matematica.

Prof. Alfio Ragusa

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Catania
(in pensione)

Non appena l'ispettore Bruno mi ha annunciato questo incontro, ormai diventato un appuntamento fisso nel panorama della didattica della Matematica, e che sarebbe stato gradito un mio intervento, avendo saputo che il tema sarebbe stato la continuazione di quello svolto nel 2020, sono andato a vedere come avessi affrontato l'argomento in quella occasione. Mi sono subito reso conto che avevo affrontato la gran parte degli aspetti teorici che giustificassero l'utilizzo del gioco nella didattica per la matematica, ricordando come diversi illustri matematici avessero spronato all'uso del gioco per introdurre i ragazzi ai vari aspetti della Matematica.
A questo proposito ho letto domenica scorsa un articolo di Guido trombetti, che penso molti di voi conoscono, dal titolo "Tutto il bello seppellito dalle formule" in cui sostiene che gli studenti italiani, rispetto a quelli europei, vanno male in Matematica perché la si insegna poco e male.
Cito
"…. Troppo spesso si preferisce, salvo alcune notevoli eccezioni, ricorrere ad un asfissiante formalismo e ridurre lo studio ad una sequenza di operazioni meccaniche senza ricercare le motivazioni per far nascere la Matematica dai problemi, come invece esortavano a fare oltre 50 anni fa Giovanni Prodi ed oltre 80 fa Emma Castelnuovo"
Ed ancora
"…Alcune tra le più affascinanti teorie matematiche affondano le loro origini nel gioco. I giochi matematici potrebbero essere uno strumento utile per attrarre l'attenzione dei ragazzi … Il gioco mobilita emozioni ed il cervello apprende in modo efficace e duraturo solo se prova emozioni."
Allora, come organizzare il mio intervento? Pensando a questo incontro come una continuazione di quello svoltosi il 23 gennaio del 2020 una possibilità mi è sembrata quella di dedicare, dopo un breve sunto delle affermazioni fatte quel giorno, la maggior parte del mio spazio a vedere concretamente come utilizzare il gioco in alcune specifiche situazioni. Mi scuso sin d'ora se alcune delle cose che dirò sono note a molti di voi. Ma il mio intendo è quello di rendere la mia chiacchierata la meno noiosa possibile e, se riesco, vorrei renderla addirittura divertente.

Riassunto della puntata precedente.

- Chi insegna, in generale, dovrebbe essere sempre entusiasta della propria materia e soprattutto dovrebbe **trovare la maniera migliore per trasmetterla ai propri allievi**

- La prima considerazione da fare è che l'insegnamento della Matematica, come ogni insegnamento scientifico, deve essere allegro, vivo, divertente e non pesante, freddo e formale

- Ed ancora, la Matematica è una disciplina **creativa e ricreativa** per cui deve essere vissuta sempre con divertimento e come un **gioco**.

- D'altra parte, l'aspetto ludico e divertente della Matematica, che si manifesta in svariate forme, oggi è ormai universalmente riconosciuto come un valore pedagogico fondamentale.

- Ovviamente, la Matematica è un costrutto culturale e come tale il suo apprendimento richiede uno sforzo da parte del discente: l'insegnante e la sua didattica hanno il compito di rendere piacevole questo sforzo. L'insegnante deve trasmettere il piacere, il divertimento nel fare Matematica. Il **divertirsi ad imparare** è una cosa bellissima e l'insegnante che riesce in questo intento può ben dire di avere avuto successo nella propria missione.

- E' ben noto che uno degli aspetti che rende difficile l'apprendimento e la comprensione della matematica è il suo linguaggio, un linguaggio che non ammette ambiguità, ma che purtroppo freddo, arido ed astratto com'è, appare lontano da quello comune e dalla vita reale.

- Il **gioco matematico**, da questo punto di vista, serve a recuperare in parte questa distanza tra matematica e realtà poiché utilizza anche un linguaggio "extramatematico", inserendo, accanto a numeri e lettere, oggetti, animali, aneddoti e paradossi, gettando così un ponte tra gli aspetti rigorosamente teorici e formali e gli ambiti concreti e applicativi. Proprio il fatto che i concetti astratti trovino un riscontro concreto nelle applicazioni a problemi reali induce a percepire quei concetti non più come aridi e sterili, ma come utili e applicabili. Inoltre, questi oggetti extramatematici colpiscono la fantasia e favoriscono un coinvolgimento della sfera emotiva del soggetto e questo ha un esito positivo sull'apprendimento e sulla motivazione allo studio della Matematica.
- Potremmo quindi facilmente dire: "**ludendo discitur**".

- Di fatto, vi sono moltissime persone che non amano la Matematica (come l'hanno studiata a scuola) e tuttavia si divertono a confrontarsi con indovinelli logico-matematici (fanno i sudoku, risolvono i "quesiti della Susi" della settimana enigmistica, ecc.). Ciò è spiegato con il fatto che l'indovinello, il gioco, il paradosso, usando appunto un linguaggio "extra matematico", pieno di oggetti, figure, animali, persone unitamente ai numeri **avvicina l'aspetto teorico formale a quello concreto e reale.** Inoltre, la curiosità e talvolta l'aspetto sorprendente dei risultati sono stimoli fondamentali per far apprezzare ed amare la Matematica.

- Un altro aspetto fondamentale connesso **al gioco applicato alla didattica** è la capacità di recuperare la motivazione allo studio della matematica facendo sì che questa materia risulti interessante per tutti, anche per quelli che non si ritengono capaci di comprenderla.

- Quindi la sorpresa, il paradosso o il risultato inatteso sono elementi che stimolano l'attività cognitiva, così come in un gioco di prestigio cerchiamo sempre di capire il trucco. Quando un alunno risolve un problema o un gioco diventa un protagonista ed il fatto di essere un soggetto attivo (non più passivo) influisce positivamente sulla sua attenzione, sulla qualità dell'apprendimento e sulla sua motivazione.

- E ricordiamo sempre che il divertimento favorisce l'apprendimento, anzi mi sento di enfatizzare questo aspetto dicendo che:

    - **Non c'è apprendimento senza divertimento e**
    - **non c'è divertimento senza l'apprendimento!**

- Naturalmente, sfruttando l'aspetto ludico, gioioso della Matematica c'è forte il pericolo di incorrere in errori ed abbagli, ma com'è noto "sbagliando s'impara" **errando discitur** ed anzi son proprio gli errori che permettono di accumulare quell'esperienza che risulta utile per la crescita culturale del ragazzo. Ho sempre detto ai miei allievi che s'impara molto più da un compito che non siamo riusciti a risolvere che in tanti esercizi che abbiamo saputo risolvere facilmente.

- Pertanto, in una didattica di questo tipo è importante, a mio parere, trovare un giusto equilibrio tra **intuizione** e **deduzione**. Da una parte c'è la fantasia, l'idea e dall'altra il rigore logico e la formalizzazione, **ma entrambi sono fondamentali**. Se in una prima fase si può lavorare utilizzando il linguaggio extramatematico e lasciando libero sfogo alle idee, successivamente diventa basilare pretendere il rigore per spiegare in termini precisi il ragionamento che si è seguito per giungere alla soluzione.

• Ma come deve essere un gioco matematico (<u>a qualsiasi livello educativo</u>)?

    ✓ Essere accessibile alla maggior parte delle persone;
    ✓ Deve usare un linguaggio corrente, reale, attuale;
    ✓ L'enunciato deve risultare intrigante, che stimoli alla sfida ed alla riflessione;
    ✓ La soluzione deve essere sorprendente, curiosa, piacevole e semplice.

Qual è dunque la demarcazione tra Matematica e Matematica divertente? Molti si sono posti questa questione. Ovviamente non vi è una risposta univoca, ma che la differenza sia veramente sottile può essere attestato dal fatto che i più grandi matematici della storia si sono anche cimentati nell'inventare divertenti giochi matematici. La migliore risposta può allora venire da una "collezione" di giochi inventati dai grandi matematici della storia. Ad esempio
1. Pitagora ha inventato i numeri poligonali (oggi sarebbero i coefficienti binomiali), i numeri triangolari, lo gnomone.
2. Archimede ha inventato lo Stomachion, il problema sui buoi del sole
3. Alcuino ha inventato la famosissima storiella sul salvare capra e cavoli (Oggi ben noto per certi codici crittografici)
4. Bachet ha inventato il problema del numero minimo di pesi da utilizzare per effettuare tutte le possibili pesate e svariati giochi che precorrevano l'uso delle classi di resto
5. Eulero, il più grande di tutti, ha inventato la teoria dei grafi con i ponti di Koningsberg, e moltissimi problemi sui numeri primi ed uno dei suoi risultati è oggi la base del sistema crittografico RSA
6. Mobius ed il suo famoso nastro e le relative colorazioni.
7. Carrol, l'autore di Alice nel paese delle meraviglie, inventò una enorme quantità di enigmi e rompicapo in molti campi della matematica
8. Loyd è il matematico che inventò il famoso gioco del quindici, precursore piano del cubo di Rubik
9. Lucas inventò la Torre di Hanoi (e per farlo apparire più misterioso inventò l'aneddoto sui monaci di un convento di Hanoi che sarebbero usciti fuori dalla clausura quando avrebbero spostato 64 dischi del gioco suddetto in un'altra colonnina: poiché ci volevano 2^{64}-1 passaggi ci volevano circa 5 miliardi di secoli)
10. Dudeney disse "Ai confini della matematica, là dove la matematica diventa gioco e il gioco diventa matematica, possiamo scoprire quanto sia divertente "fare matematica"", secondo Gardner fu il più grande inventore di puzzle
11. Infine Martin Gardner, a mio giudizio il più grande esperto di giochi matematici del XX secolo.

Martin Gardner, matematico e grande divulgatore scientifico americano ha ampiamente dimostrato che, sì, la matematica può essere molto divertente. Scomparso nel 2010, a 95 anni, ha curato per 25 anni la rubrica *Giochi Matematici* della rivista **Scientific American** ed ha scritto oltre 70 libri gettando nuova luce sulla matematica, da molti considerata arida e – in definitiva – anche poco utile.
A metà degli anni '80, in Italia, la raccolta dei quesiti presentati su Scientific American è stata pubblicata nella serie di libri "Enigmi e Giochi Matematici", che ha dato grande spinta alla matematica ricreativa, riscuotendo un certo successo di pubblico.

Martin Gardner diceva: “I giochi matematici sono un veicolo quanto mai utile per diffondere la bellezza e l’utilità della matematica e per far capire che bellezza e utilità vanno ben al di là dei confini delle aule scolastiche.”

Per chi volesse raccogliere il testimone del grande divulgatore, consigliamo di reperire una copia dei primi volumi di **Enigmi e Giochi Matematici**, una collana di testi ormai storica - in vari volumi - che non mancherà di divertire.

Passiamo adesso alla parte più divertente del mio intervento. Intanto comunico che per questa occasione ho scritto un raccontino ispirato alla serie del Commissario Montalbano in cui è presente uno di questi giochi matematici. Vi passo copia del racconto perché io vorrei interpretarlo alla maniera di Camilleri, sperando di essere un po’ credibile.

Montalbano e le monete false

Salvo Montalbano riceve una telefonata dal collega Torrisi della questura di Catania,

<< Salvo, sono Alfio, Alfio Torrisi, come stai? Senti, guarda che sulla corriera per Vigata è salito un noto truffatore che di recente ha falsificato delle preziosissime monete antiche dei tempi di Giulio Cesare >>

<< Ciao Alfio, e che notizie mi puoi dare? >> rispose Montalbano.

<< Quello che sappiamo è che le monete vere pesano esattamente bzz … grammi ciascuna. >>

<<Come? >> gridò Salvo << Quanti grammi? >>

<<… bzz e quelle false si differenziano dalle vere per un solo grammo >> continuò tranquillamente il collega Alfio.

<< Ma senti Alfio quelle false sono un grammo più pesanti o un grammo più leggere? >>

Ma dall’altro capo del telefono il silenzio più assoluto. Era caduta la linea. Salvo provò a richiamare ma non ci fu verso di contattare Alfio Torrisi.

<< Fazio, Mimì >> gridò << a che ora arriva la corriera da Catania? >>

<< Alle 5 e 17 del pomeriggio >> si affrettò a precisare Fazio.

<< Allora andiamo alla fermata dei bus ad acciuffare questo furfante. >>

I tre si avviarono verso la piazzetta di Vigata dove era collocata la fermata della corriera. Il sole cuoceva anche le pietre.

Alle 5 e 17 in punto si vede arrivare la corriera. Ad uno ad uno scendono i passeggeri. In tutto vi sono 4 donne e 6 uomini. Salvo fa un cenno a Mimì il quale inizia

<< Buona sera, le signore possono andare, lor signori invece siete pregati di seguirci in Commissariato. >>

Dopo un po’ di rimostranze da parte dei signori, sorpresi dalla richiesta, alla fine i 6 uomini si decisero a seguire i tre poliziotti in Commissariato.

Appena entrati nella stanza del commissario, Montalbano chiese ad uno ad uno di presentarsi e di dichiarare se possedessero delle monete antiche.

Il primo iniziò << Mi chiamo Aldo Aricò e posseggo 5 monete rare che ho acquistato da un noto numismatico di Catania. >>

<< Prego, posi le sue 5 monete sul mio tavolo >> fece Montalbano.

<< Sono Bernardo Barbagallo e posseggo 5 monete antiche che ho acquistato da un noto numismatico di Catania. Toh! Sono dello stesso tipo di quelle del signor Aricò >>

<< Anche lei, la prego, posi le sue monete sul tavolo, in un gruzzolo separato da quelle del signor Aricò >> gli intimò Montalbano.

La scena si ripeté altre 4 volte con le facce degli uomini sempre più sorprese. Così il signor Claudio Condorelli aveva 5 monete uguali alle precedenti, il signor Dario Duracco aveva pure 5 monete dello stesso tipo e così anche Edoardo Epifani ed infine il signor Francesco Forte,

Quando tutti e 6 si furono presentati sul tavolo di Montalbano c’erano 6 mucchi, ciascuno formato da 5 monete, apparentemente tutte uguali, ma dalle informazioni di Alfio Torrisi 5 di quelle monete erano false e pesavano ciascuna un grammo in più o uno in meno delle altre.

Fazio disse << Allora basta pesarle per capire quali sono quelle false. >>

<< Sì, ma come si fa >> fece Mimì tutto pensieroso

Salvo silenziosamente rifletteva, poi improvvisamente chiamò << Tatarellaaa. >>

<< Comandi dottore! >> si precipitò il povero Tatarella.

<< Vammi a prendere la bilancia digitale che abbiamo nell’archivio. Quella pesa al grammo, quindi con un po’ di pesate possiamo scoprire le monete false. >>

<< Dottore, dottore!>> fece disperato Tatarella << Nella bilancia le batterie sono scariche. Vossignoria po fari sulu ‘na pisata. >>

<< E allora è inutile che la vai a pigliare Tatare’ >> esclamò un perplesso Mimì.

<< E invece no. Portala lo stesso qua che con una sola pesata scopriamo il furfante! >>

Fazio e Mimì si guardarono in faccia allibiti. Nel frattempo, Tatarella era tornato trionfante con la bilancia digitale in mano.

Montalbano prese allora alcune monete dal tavolo e fece l'unica pesata possibile. Fazio e Mimì guardarono il display della bilancia che segnava 107 g.

<< Bene, bene >> fece sorridendo Montalbano << Signor Barbagallo la dichiaro in arresto! >>

Sempre più perplessi Fazio e Mimì accompagnarono fuori gli altri 5 uomini e portarono Barbagallo in cella e poi di corsa si precipitarono nella stanza di Salvo perché volevano sentire come aveva fatto a capire quale fosse il falsario.

<< Salvo, come caspita hai fatto a capirlo? Siamo strabiliati >> disse un attonito Mimì.

Fazio si sbilanciò dicendo << Io credevo che bisognasse fare 6 pesate per capire quali fossero le monete false! Ma una sola pesata, mi sembra una mavarìa!>>

Salvo iniziò

<< Sedetevi che ve lo spiego >> sghignazzò << sempre che lo capiate!>>.

Ma a voi manca la quarta pagina del racconto in cui si trova la conclusione dell'episodio. Ho voluto lasciare in voi un po' di suspence. Ma eccovi la conclusione.

<< La mia idea era quella di differenziare in qualche modo le varie monete. Quindi ho pensato di prendere 1 moneta di Aricò, 2 di Barbagallo, 3 di Condorelli, 4 di Duracco e 5 di Epifani. Un totale di 15 monete. Ed ho pensato, se il falsario è il signor Forte (da cui non ho preso monete) le monete che ho preso sarebbero tutte vere quindi il peso doveva risultare un multiplo di 15. Così non è stato (107 non è multiplo di 15) quindi il falsario è uno dei primi 5. Allora il peso delle 15 monete doveva essere un multiplo di 15 ±1 o ±2 o ±3 o ±4 o ±5. Essendo 105 un multiplo di 15, 107 = 105 +2 quindi solo due sono le monete false (e pesano un grammo in più ciascuna). Poiché solo da Barbagallo avevo preso due monete, il falsario è proprio lui (notiamo che gli altri multipli di 15, 90 o 120, si differenziano da 107 più di 5). >>

<< Vi ho convinto? >>

<< Genio. Sei un genio! >> Esclamò Mimì battendo un pugno sul tavolo.

Adesso passo ad alcuni giochi piuttosto classici che possono essere utilizzati in una classe dove si vogliono introdurre concetti matematici come, ad esempio, il principio di induzione o le proporzioni.

Ho portato qui alcuni cubetti di lego, presi in prestito dal mio nipotino. Allora dispongo uno di questi cubetti, di lato unitario. Adesso costruisco un cubo di lato 2 unità. Per formare un cubetto di lato 2 mi occorrono 8 cubetti, che insieme al primo cubetto sono 9 cubetti cioè il quadrato di lato 1+2=3.

Per formare un cubo di lato 3 mi occorrono 27 cubetti, che insieme ai precedenti 9 cubetti sono 36 cubetti cioè il quadrato di 1+2+3=6.

Potrei continuare ma mi son finiti i cubetti. Allora mi chiedo, ad esempio prendendo tutti i cubetti usati per formare i cubi di lati 1, 2, 3, 4, …, 72 ottengo tanti cubetti quant'è il quadrato di 1+2+3+4+…+72 = 2.628 (cioè 6.906.384 cubetti)?

Più in generale, è vero che

$$(1+2+3+\ldots+n)^2=1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3\ ?$$

Induzione.

La base dell'induzione è stata provata concretamente per n=1, 2,3

Supposta vera la formula sino ad n-1, cioè supposto

$$(1+2+3+\ldots+n-1)^2 = 1^3+2^3+3^3+\ldots+(n-1)^3$$

Proviamo vera la formula per n.

Allora

$(1+2+3+\ldots+n)^2 = (1+2+3+\ldots+n-1)^2+n^2+2n(1+2+3+\ldots+n-1) =$

$=1^3+2^3+3^3+\ldots+(n-1)^3 + n^2+2n\,(n-1)n/2 = 1^3+2^3+3^3+\ldots+(n-1)^3 + n^2+ n^3 -n^2 =$

$1^3+2^3+3^3+\ldots+(n-1)^3 + n^3$

Altro esempio di induzione può essere fornito dalla Torre di Hanoi, noto gioco di cui ho portato un esemplare, preso sempre in prestito dal mio nipotino.
Come vedete c'è una torre costituita da dischetti via via decrescenti e tre paletti su cui questi dischetti possono impilarsi. Lo scopo del gioco è trasportare, uno per volta, i dischetti in modo da formare la torre su un paletto diverso da quello in cui la torre si trova. Ma con una sola restrizione – un dischetto non può mai disporsi su un dischetto più piccolo. Quante mosse almeno occorrono per risolvere il gioco?
Proviamo con un solo dischetto: ovvio, basta una mossa.
Proviamo con due dischetti: prima sposto il dischetto più piccolo su un paletto libero, poi il più grande nell'unico paletto libero e poi riporto il dischetto più piccolo sul più grande. Totale 3 mosse.

Proviamo con 3 dischetti: facciamo le solite mosse e concretamente ci accorgiamo che occorre fare 7 mosse.
Cosa possiamo intuire? Forse occorrono 2^n-1 mosse per completare il gioco?
Proviamo se è vero lavorando per induzione.
La base l'abbiamo verificata sperimentalmente per n=1, n=2, n=3.

Induzione. Supponiamo che per n-1 dischi ne occorrano 2^{n-1}-1, allora nel caso di n dischi, procediamo, trascurando il disco più grande, sugli altri n-1 dischi. Dopo 2^{n-1}-1 passaggi avremo n-1 dischi da un lato, il disco grande in centro e l'altro lato vuoto. Spostando il disco grande nel paletto vuoto (1 passaggio) sugli altri n-1 dischi dopo altri 2^{n-1}-1 passaggi avremo tutti i dischi sulla ultima colonna: indefinitiva abbiamo fatto 2^{n-1}-1 + 1 + 2^{n-1}—1 passaggi, ovvero 2^n-1 passaggi per completare il gioco. Eureka!

Per finire vorrei esporvi, per parlare di proporzioni, la nota storiella dell'emiro e dei suoi 17 cammelli.

L'emiro e i 17 cammelli

Un ricco emiro in punto di morte chiamò a sé i suoi tre figli e disse loro:

- Lascio in eredità a voi i miei 17 cammelli. Chi di voi ha avuto più mogli meno cammelli avrà. Divideteli quindi in parti inversamente proporzionali al numero di mogli che avete avuto. Mi raccomando però di non far del male ai cammelli! -

Alla sua morte, i tre figli, Alì che aveva avuto due mogli, Salam che ne aveva avuto tre e Alec che ne aveva avuto nove, non sapendo come dividere i 17 cammelli in parti inversamente proporzionale a 2,3,9, andarono dal saggio Mustafà per risolvere lo spinoso problema.

Mustafà, prese uno dei suoi cammelli e lo aggiunse ai 17 cammelli dei tre fratelli e disse. Adesso dividiamo i 18 cammelli per due e diamo i 9 cammelli ad Alì, dividiamo i 18 cammelli per 3 e diamo i 6 cammelli a Salam, infine dividiamo i 18 cammelli per 9 e diamo i 2 cammelli ad Alec. Così, ognuno di voi ha avuto la parte dovuta dei cammelli, ai cammelli non abbiamo fatto del male e visto che in totale vi ho dato 9+6+2=17 cammelli mi riprendo il mio cammello ed andate in pace. E ricevette una buona ricompensa dai tre fratelli.

E' stata corretta la suddivisione fatta dal saggio Mustafà?

La notizia del vecchio emiro ed i suoi 17 cammelli si sparse per tutto il paese, così, un altro emiro morente, avendo anch'egli 17 cammelli, volle fare la stessa promessa ai suoi tre figli.

Alla sua morte, i tre figli Omar che aveva avuto due mogli, Calef che ne aveva avuto tre e Ramir che ne aveva avuto sei, non sapendo come dividere i 17 cammelli in parti inversamente proporzionale a 2,3,6 andarono dal poco saggio Babà per risolvere il problema.

Babà, avendo saputo della semplice soluzione trovata dal saggio Mustafà, prese uno dei suoi cammelli e lo aggiunse ai 17 cammelli dei tre fratelli e disse. Adesso dividiamo i 18 cammelli per due e diamo i 9 cammelli ad Omar, dividiamo i 18 cammelli per 3 e diamo i 6 cammelli a Calef, infine dividiamo i 18 cammelli per 6 e diamo i 3 cammelli a Ramir. Così, ognuno di voi ha avuto la parte dovuta dei cammelli, ai cammelli non abbiamo fatto del male e visto che in totale vi ho dato 9+6+3=18 cammelli ...ops, ci ho rimesso un cammello.

E' stata corretta la suddivisione fatta da Babà?

Ma vediamo come vanno le cose.

In effetti, la suddivisione corretta è quella di Mustafà. Si tratta di una semplice proporzione: detti infatti
x il numero di cammelli da dare ad Alì, y quelli per Salam e z quelli per Alec, si deve avere

$$x:1/2 = y:1/3 = z:1/9$$

che per la proprietà della somma diventa

$$(x+y+z):(1/2+1/3+1/9)=x:1/2=y:1/3=z:1/9$$

ovvero

$$17: (9+6+2)/18=x:1/2= y:1/3=z:1/9$$

da cui
$x=9$; $y=6$; $z=2$.

Invece è errato il conto di Babà. Infatti, come prima,

$$x:1/2 = y:1/3 = z:1/6$$

che per la proprietà della somma diventa

$$(x+y+z):(1/2+1/3+1/6)=x:1/2=y:1/3=z:1/6$$

ovvero

$$17: (3+2+1)/6=x:1/2= y:1/3=z:1/9$$

da cui
$x=17/2$; $y=17/3$; $z=17/6$.
Dov'è finito il cammello di Babà?

$9-17/2=1/2$ ad Omar, $6-17/3=1/3$ a Calef e $3-17/6=1/6$ a Ramir.