

ISTITUTO D'ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE LICEO SCIENTIFICO

– ISTITUTO TECNICO TECNOLOGICO “G.B. VACCARINI” –

23 Gennaio 2020

“LUDENDO DISCITUR”

METTIAMO AL BANDO LE LEZIONI NOIOSE

8° Convegno sull'insegnamento interdisciplinare della matematica.

Prof. Alfio Ragusa

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Catania

- Premessa.

- Vorrei cominciare ricordando che

- Insegnare non è una professione ma una passione!

Ma naturalmente oltre alla passione, per insegnare occorre competenza, rigore, attenzione, precisione tutti sforzi che vengono poi ampiamente ricompensati nel vedere crescere i propri allievi dal punto di vista culturale. Chi insegna, in generale, dovrebbe essere sempre entusiasta della propria materia e soprattutto dovrebbe

trovare la maniera migliore per trasmetterla ai propri allievi.

In particolare, chi insegna Matematica dovrebbe essere innamorato di questa affascinante materia perché solo così potrà trasmettere con passione e con gioia la bellezza di questo mondo meraviglioso.

La prima considerazione da fare è che l'insegnamento della Matematica, come ogni insegnamento scientifico, deve essere allegro, vivo, divertente e non pesante, freddo e formale (questo è il mio pensiero espresso con le parole di Eduard Lucas).

Ed ancora, la Matematica è una disciplina **creativa e ricreativa** per cui deve essere vissuta sempre come un **gioco** e con divertimento.

D'altra parte, l'aspetto ricreativo e divertente della Matematica, che si manifesta in svariate forme, oggi è ormai universalmente riconosciuto come un valore pedagogico fondamentale. Come non ricordare, a tal proposito, che dal gioco dei ponti di Königsberg è nata la topologia e la teoria dei grafi. Dal gioco delle Torri di Hanoi e dalla leggenda degli scacchi ed il faraone è nato il sistema binario e l'uso delle potenze del 2, ecc.

Ovviamente, la Matematica è un costrutto culturale e come tale il suo apprendimento richiede uno sforzo da parte del discente, l'insegnante e la sua didattica hanno il compito di rendere piacevole questo sforzo. L'insegnante deve trasmettere il piacere, il divertimento nel fare Matematica. Il **divertirsi ad imparare** è una cosa bellissima e l'insegnante che riesce in questo intento può ben dire di avere avuto successo nella sua missione.

Ed infatti, uno degli aspetti che sembra rendere difficile l'apprendimento e la comprensione della matematica è il suo linguaggio, un linguaggio che non ammette ambiguità, ma che purtroppo freddo, arido ed astratto com'è, appare lontano da quello comune e dalla vita reale. Il gioco matematico, da questo punto di vista, recupera in parte questa distanza tra matematica e realtà poiché utilizza anche un linguaggio "extramatematico", inserendo, accanto a numeri e lettere, oggetti, animali, aneddoti e paradossi, gettando così un ponte tra gli aspetti rigorosamente teorici e formali e gli ambiti concreti e applicativi. Proprio il fatto che i concetti astratti trovino un riscontro concreto nelle applicazioni a problemi reali induce a percepire quei concetti non più come aridi e sterili, ma come utili e applicabili. Inoltre, questi oggetti extramatematici colpiscono la fantasia e favoriscono un coinvolgimento della sfera emotiva del soggetto e questo ha un esito positivo sull'apprendimento e sulla motivazione allo studio della Matematica.

Potremmo quindi facilmente dire: "**ludendo discitur**".

Di fatto, vi sono moltissime persone che non amano la Matematica (come l'hanno studiata a scuola) e tuttavia si divertono a confrontarsi con indovinelli logico-matematici. Ciò è spiegato con il fatto che l'indovinello, il gioco, il paradosso, usando un linguaggio diciamo "extra matematico", pieno di oggetti, figure, animali, persone unitamente ai numeri **avvicina l'aspetto teorico formale a quello concreto**

e reale. Inoltre, la curiosità e talvolta l'aspetto sorprendente dei risultati sono stimoli fondamentali per far apprezzare ed amare la Matematica.

La ripetitività in Matematica, così come nella vita, annoia, quindi l'apprendimento avviene più facilmente con percorsi diversificati e con risultati sorprendenti.

Ed in effetti, molto spesso è più educativo il processo per giungere ad un risultato piuttosto che l'ottenimento dello stesso.

A questo punto, in quest'ottica appare evidente che in una didattica che si proponga di far apprezzare ed amare la matematica i problemi curiosi, i quesiti stimolanti vengano ancor prima dei teoremi e delle loro dimostrazioni.

Un aspetto fondamentale connesso **al gioco applicato alla didattica** è la capacità di recuperare la motivazione allo studio della matematica facendo sì che questa materia risulti interessante per tutti, anche per quelli che non si ritengono capaci di comprenderla. Mi piace a questo proposito riportare il pensiero di Gabriele Lolli che in merito affermava: «Questo tipo di matematica (intendendo quella ludica) è seria e piena di legittimità, tanto è vero che su di essa si può basare una proposta didattica, molto apprezzata da tanti ed in tutti i periodi. I giochi non sembrano diversi dai tradizionali esercizi, se non forse perché sono di tipo più logico e linguistico e meno numerico, in generale, e questo argomento gioca tutto a loro favore. La differenza rispetto agli esercizi è che divertono, e non è cosa da poco, in primo luogo rappresentano una sfida, e secondariamente la soluzione di solito presenta un elemento di sorpresa. La sorpresa consiste o nel fatto che una risposta proprio ci sia, o nel fatto che la risposta è contraria a ciò che ci si attende».

La sorpresa, il paradosso o il risultato inatteso sono elementi che stimolano l'attività cognitiva, così come in un gioco di prestigio cerchiamo sempre di capire il trucco. Quando un alunno risolve un problema o un gioco diventa un protagonista ed il fatto di essere un soggetto attivo (non più passivo) influisce positivamente sulla sua attenzione, sulla qualità dell'apprendimento e sulla sua motivazione.

E ricordiamo sempre che il divertimento favorisce l'apprendimento, anzi mi sento di enfatizzare questo aspetto dicendo che:

non c'è apprendimento senza divertimento e

non c'è divertimento senza l'apprendimento!

Naturalmente, sfruttando l'aspetto ludico, gioioso della Matematica c'è forte il pericolo di incorrere in errori ed abbagli, ma com'è noto "sbagliando s'impara" **errando discitur** ed anzi son proprio gli errori che permettono di accumulare quell'esperienza che risulta utile per la crescita culturale del ragazzo. Dico sempre ai miei allievi che s'impara molto più da un compito che non siamo riusciti a risolvere che in tanti esercizi che abbiamo saputo risolvere facilmente.

Inoltre, in una didattica di questo tipo è importante, a mio parere, trovare un giusto equilibrio tra **intuizione** e **deduzione**. Da una parte c'è la fantasia, l'idea e dall'altra il rigore logico e la formalizzazione, **ma entrambi sono fondamentali**. Se in una prima fase si può lavorare utilizzando il linguaggio extramatematico e lasciando libero sfogo alle idee, successivamente diventa basilare pretendere il rigore per spiegare in termini precisi il ragionamento che si è seguito per giungere alla soluzione.

D'altra parte, **il gioco è una cosa seria**, con le sue regole, le sue strategie, i ragionamenti logici. Insomma il gioco può essere facilmente assimilato agli usuali esercizi che si assegnano su determinate teorie o su certi teoremi con il risultato che il gioco, a differenza degli esercizi, diverte sia per merito del linguaggio sia perché viene visto come una sfida ma anche perché molto spesso la soluzione risulta sorprendente, e questo, come detto, è un altro elemento che serve ad avvicinare l'allievo alla Matematica.

- Ma come deve essere un gioco matematico (a qualsiasi livello educativo)?
 - ✓ Essere accessibile alla maggior parte delle persone;
 - ✓ Deve usare un linguaggio corrente, reale, attuale;
 - ✓ L'enunciato deve risultare intrigante, che stimoli alla sfida ed alla riflessione;
 - ✓ La soluzione deve essere sorprendente, curiosa, piacevole e semplice.

- Ma vedo che sto contraddicendo di fatto quello che ho finora detto. Sto facendo delle elucubrazioni sulla teorizzazione dell'uso del gioco, del divertimento, della curiosità nell'insegnamento della Matematica, ma non sto giocando, né vi sto facendo divertire né vi sto incuriosendo. Allora cambio completamente tenore, come farei in una classe con i miei allievi, e mi proietto su alcuni giochi (matematici) sperando di farvi divertire e soprattutto di incuriosirvi.

Prendo a questo proposito spunto dal primo gioco che sin da piccolo (penso che avessi 10/11 anni) mi fece capire quanto amassi questo tipo di attività.

❖ Il gioco delle 21 carte

[Un mio vecchio zio era solito fare il gioco delle 21 carte. Egli disponeva 21 carte (siciliane o francesi) in tre gruppi (disponendole ad una ad una) e chiedeva ad uno spettatore di scegliere in mente una delle carte e di indicare solo in quale gruppo essa si trovasse. Ripeteva la disposizione per tre volte chiedendo ogni volta allo spettatore in quale gruppo si trovasse la carta già prescelta. Infine, annusando le carte ad una ad una, riusciva alla fine ad individuare la carta che lo spettatore aveva scelto]. Ricordo che, dopo averlo visto fare due volte cominciai a pensare (spiegazione del gioco):

- ✓ è chiaro che l'olfatto non c'entra nulla,
- ✓ guardando attentamente mi ero accorto che disponeva il mazzo indicato tra gli altri due;
- ✓ così pensai che dopo la prima smazzata la carta scelta si doveva trovare tra la 8^a e la 14^a
- ✓ mentre dopo la seconda smazzata la carta, non potendo trovarsi nelle prime due e nelle ultime due righe, si sarebbe dovuto trovare tra la 10^a e la 12^a
- ✓ Infine dopo la terza smazzata la carta si deve trovare tra la 11^a e la 11!
- ✓ Eureka, la carta era la 11ma!

E' interessante a questo punto far ripetere il gioco ai ragazzi utilizzando 39 carte. Quante volte va ripetuta la disposizione?

Ed ancora su n carte, dove n è un numero dispari multiplo di 3, ovvero $n=3(2q+1)$. Dopo un certo numero di disposizioni delle carte in tre gruppi (quante disposizioni?) la carta prescelta sarà la numero $3q+2$. Far capire il perché.

Infine, si potrebbe ripetere il gioco con 35 carte disponendole in 5 gruppi, ripetendo la disposizione tre volte, la carta si troverà al 18esimo posto. E generalizzare ai multipli dispari di 5.

Sarebbe un bel modo di studiare le divisioni con resto per provare che ad ogni distribuzione l'intervallo entro cui si trova la carta prescelta decresce fino ad essere nullo!

❖ Venerdì 17?

Molto spesso ci sentiamo dire con stupore: oggi è venerdì 17!

Ma è proprio così strano che capitati di venerdì il 17 di un mese? Ovvero possiamo chiederci: vi sono anni senza alcun venerdì 17? Oppure vi sono anni con 4 venerdì 17? Ricordando che in una settimana vi sono 7 giorni risponderemo facilmente a

questo tipo di domande. In effetti, qui sono importanti i resti della divisione per 7 o per meglio dire le “classi di resto” modulo 7.

Infatti, i giorni 17 di un anno sono, ordinandoli da gennaio a dicembre i giorni dell'anno numero: 17, 48, 76, 107, 137, 168, 198, 229, 260, 290, 321, 351 (nel caso non bisestile)

oppure 17, 48, 77, 108, 138, 169, 199, 230, 261, 291, 322, 352 (nel caso bisestile).

Allora, prendendo i resti della divisione per 7, ovvero in Z_7 , si ottengono i numeri

3-6-6-2-4-0-2-5-1-3-6-1 nel primo caso

3-6-0-3-5-1-3-6-2-4-0-2 nel caso bisestile

Poiché in entrambi i casi tutti i possibili resti appaiono ogni anno vi è almeno un venerdì 17; ed ancora poiché ogni resto appare al più tre volte non vi sono anni con 4 venerdì 17.

NB. Visto che in entrambi i casi si ottengono tutti i possibili resti per 7, possiamo generalizzare e dire che “scelti a piacere un numero n tra 1 e 28 ed un giorno della settimana, in ogni anno vi è un giorno n che capita in quel girone della settimana” (per esempio mercoledì 13 o lunedì 27).

❖ Una corda all'equatore.

Tutti sanno che la terra è simile ad una sfera e l'equatore è il suo cerchio massimo. Se mettessimo una corda, poggiata in terra, tutto attorno all'equatore si avrebbe una corda di lunghezza, all'incirca di 40.000 Km., ovvero 40.000.000 di metri. Se aggiungiamo a questa ipotetica corda con un pezzo di corda di lunghezza 13 metri si otterrebbe una corda lunga 40.000.013 metri. Se proviamo ad avvolgerla attorno all'equatore essa sarà non più aderente alla terra ma un po' sollevata. Vi chiedo, sotto la corda così scostata dal terreno può passarci un atomo, una formica, un gatto o un uomo?

Risposta al gioco.

Sotto la corda può passarci addirittura un uomo!!!

Infatti, ricordata che la misura di una circonferenza è pari a $2\pi r$, r rappresenta il raggio, si osservi che la corda più grande si solleverà dal terreno di una quantità pari alla differenza tra i raggi delle due circonferenze ottenute con le due corde. Cioè,

equatore = $2\pi R$

equatore + 13 = $2\pi R'$

pertanto, per conoscere la distanza d di cui si solleva la corda basta fare la differenza delle due equazioni precedenti,

$$\text{equatore} + 13 - \text{equatore} = 2\pi R' - 2\pi R = 2\pi (R' - R)$$

per cui si avrà

$$R' - R = 13 / 2\pi = 2,07 \text{ metri circa.}$$