SIMULAZIONE PROVA di ESAME - Giugno 2023

LICEO SCIENTIFICO << ISAAC NEWTON >> di ROMA

Sia data la funzione F definita da

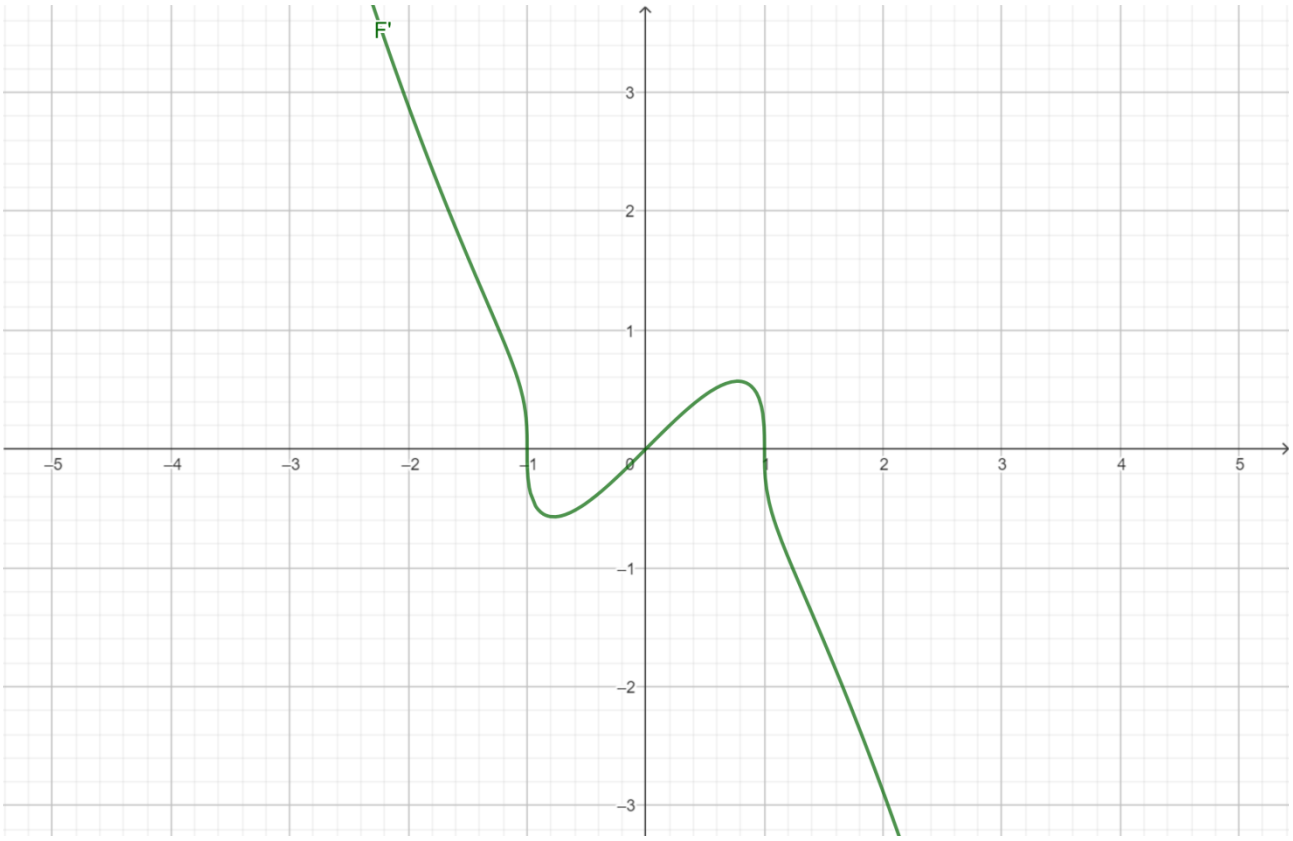
$$F(x) = \int_{-3}^{x} t \cdot \sqrt[3]{1 - t^2}\ dt$$

per tutti i numeri reali x appartenenti all'intervallo $[-3, +3]$.

1. Dopo aver stabilito la continuità della funzione integranda, calcola $F'(x)$;
2. Traccia in un sistema XOY di riferimento cartesiano il grafico Γ di $F'(x)$ e studia in particolare, per quali valori di x, $F'(x)$ è derivabile e presenta massimi e minimi;
3. Trova il valor medio di $F'(x)$ nell'intervallo $[0,1]$;
4. Traccia l'andamento di $F(x)$ deducendolo da quello di $F'(x)$.

SOLUZIONE

1. $F'(x) = x \cdot \sqrt[3]{1 - x^2}$
2. Punti di non derivabilità (1;0) (-1;0) flessi a tangente verticale

3. MAX$\left(\sqrt{\frac{3}{5}}; \frac{\sqrt[6]{108}}{5}\right)$; min $\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}; -\frac{\sqrt[6]{108}}{5}\right)$; Flessi a tangente obliqua (0,0) $\left(-\frac{3}{\sqrt{5}}; +3 \cdot \sqrt[6]{\frac{16}{3125}}\right)$; $\left(\frac{3}{\sqrt{5}}; -3 \cdot \sqrt[6]{\frac{16}{3125}}\right)$

4. Valor medio di $F'(x) = \frac{3}{8}$