

Soluzione

- 1. La soluzione del problema consiste nel determinare le 6 lettere che costituiscono una certa parola.**

Ad ogni lettera è associato il numero d'ordine nell'alfabeto italiano di 21 lettere, secondo la tabella seguente

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	Z

Le 6 incognite numeriche saranno indicate con : $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$

dove il numero in pedice rappresenta la posizione della lettera nella composizione della parola

- 2. Sfruttando le prime tre condizioni impostiamo il seguente sistema nelle incognite x_2, x_3, x_5, x_6**

$$\begin{cases} x_3 + x_6 = 19 \\ x_2 + x_5 = 10 \rightarrow \\ x_3^2 + x_6^2 + x_2^2 + x_5^2 = 407 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x_3 + x_6)^2 = 361 \\ (x_2 + x_5)^2 = 100 \\ (x_3 + x_6)^2 - 2x_3x_6 + (x_2 + x_5)^2 - 2x_2x_5 = 407 \end{cases}$$

- 3. Posto $p_1 = x_2x_5$ $p_2 = x_3x_6$**
si perviene alla relazione

$$361 - 2p_2 + 100 - 2p_1 = 407 \rightarrow p_1 + p_2 = 27$$

Sfruttando la quarta condizione si perviene all'equazione

$$\frac{x_5}{x_6} = \frac{x_3}{2x_2} \rightarrow 2p_1 = p_2$$

Pertanto

$$\begin{cases} p_1 + p_2 = 27 \\ 2p_1 = p_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p_1 = 9 \\ p_2 = 18 \end{cases}$$

4. Ritornando alle variabili x_1, x_2, x_3, x_4 scriviamo

$$\begin{cases} x_3 + x_6 = 19 \\ x_3 x_6 = 18 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_3 = 1 \\ x_6 = 18 \end{cases} \cup \begin{cases} x_3 = 18 \\ x_6 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 + x_5 = 10 \\ x_2 x_5 = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_2 = 1 \\ x_5 = 9 \end{cases} \cup \begin{cases} x_2 = 9 \\ x_5 = 1 \end{cases}$$

Dovendo essere (quinta condizione) $x_3 > x_6$ e $x_5 > x_2$ le soluzioni accettabili sono

$$\begin{cases} x_3 = 18 \\ x_6 = 1 \end{cases} \text{ e } \begin{cases} x_2 = 1 \\ x_5 = 9 \end{cases}$$

La lettera corrispondenti sono

$$\begin{cases} x_3 \rightarrow T \\ x_6 \rightarrow A \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 \rightarrow A \\ x_5 \rightarrow I \end{cases}$$

5. Controllo del risultato parziale

La parola comincia a delinearasi nella forma **_AT_IA** da cui si potrebbe intuire la soluzione **PATRIA** (*"nome a noi caro" specialmente nei primi anni che seguirono l'unificazione e la costituzione del Regno di Italia*)

6. Soluzione dell'equazione

$$x^2 - 18x - 3\sqrt{x^2 - 30x + 228} = 12x - 230 \rightarrow$$

$$x^2 - 30x + 230 = 3\sqrt{x^2 - 30x + 228}$$

$$x^2 - 30x + 228 + 2 = 3\sqrt{x^2 - 30x + 228}$$

Posto $\sqrt{x^2 - 30x + 228} = X$ si ottiene

$$X^2 + 2 = 3X \rightarrow X^2 - 3X + 2 = 0 \rightarrow X = 1 \cup X = 2$$

Da cui

$$x^2 - 30x + 228 = 1 \rightarrow x^2 - 30x + 227 = 0$$

$$x^2 - 30x + 228 = 4 \rightarrow x^2 - 30x + 224 = 0$$

La prima equazione non ammette soluzioni reali essendo $\frac{\Delta}{4} = 225 - 227 < 0$

La seconda ammette due soluzioni reali e distinte $\frac{\Delta}{4} = 225 - 224 = 1 > 0$

$$x = 14 \cup x = 16$$

Poiché la radice minore rappresenta il valore della prima lettera della parola sconosciuta, possiamo pertanto affermare che $x_1 = 14$ $x_6 = 16$ e completare la parola

PATRIA

Commenti

Il testo va apprezzato per

- originalità e chiarezza della formulazione
- recupero della componente strategico- creativa del calcolo algebrico
- proposta di un problema di realtà in ambito ludico-ricreativo

Il problema richiede impegno nella comprensione del testo, nella progettazione dell'impostazione, nella scelta delle strategie risolutive .

Il processo risolutivo si può ricondurre a calcoli elementari eseguibili facilmente anche senza l'aiuto dei moderni strumenti di calcolo.