Attività N.1

I punti che vedono un segmento assegnato sotto un angolo retto.

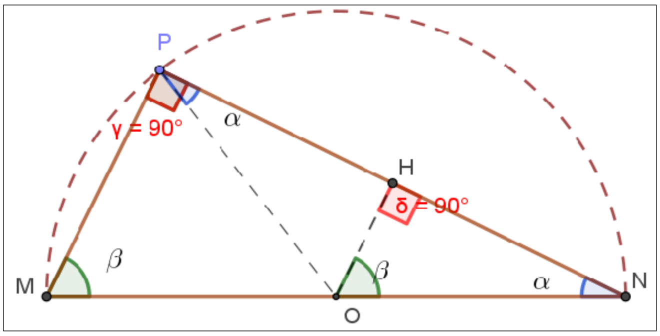
a)Siano dati nello spazio tre punti A, B, C non allineati; dimostrare che, se un segmento MN è visto sotto angolo retto da ciascuno dei tre punti A, B, C, è visto sotto angolo retto anche da ogni altro punto della circonferenza Γ circoscritta al triangolo ABC.

b)Dopo aver mostrato che A, B, C appartengono alla stessa superficie sferica S di diametro $\overline{MN}$, si assegni una lunghezza a piacimento a MN e si dia l'equazione di S in un riferimento cartesiano Oxyz in cui il suo centro coincida con l'origine.

a) Il primo passo della catena deduttiva che porta alla dimostrazione della tesi, è la seguente proprietà , nota in Geometria piana o da dimostrare mediante semplici considerazioni su triangoli simili (dopo aver condotto, dal punto medio di MN, il segmento OH parallelo a MP) .

<Se P è un punto che vede il segmento MN ad sotto un angolo retto **allora**

$$\overline{PO} = \overline{\mathrm{MO}} = \overline{\mathrm{NO}} = \frac{\overline{\mathrm{MN}}}{2} > \text{ e viceversa}$$

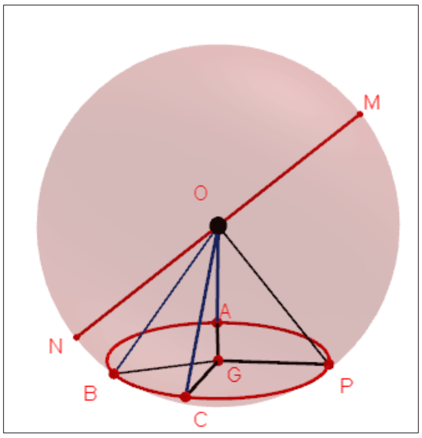


Se A, B, C, M, N sono complanari, MN è diametro della circonferenza Γ individuata dagli altri tre punti ed è visto sotto un angolo retto da ciascun punto di Γ.

Si passa poi al caso generale e si introduce la retta h perpendicolare al piano del triangolo nel suo circocentro (luogo geometrico dei punti dello spazio equidistanti dai tre vertici) e su questa retta si colloca il punto medio O di MN, osservando che

$\frac{\overline{\boldsymbol{MN}}}{\mathbf{2}} = \overline{\boldsymbol{MO}} = \overline{\boldsymbol{NO}} = \overline{\boldsymbol{AO}} = \overline{\boldsymbol{BO}} = \overline{\boldsymbol{CO}}$ e che alla catena di uguaglianze si può aggiungere,

$\overline{PO} \quad \forall P \in \Gamma.$



b) La seconda parte dell'attività è un semplice esercizio di applicazione del metodo delle coordinate in un riferimento cartesiano $Oxyz$