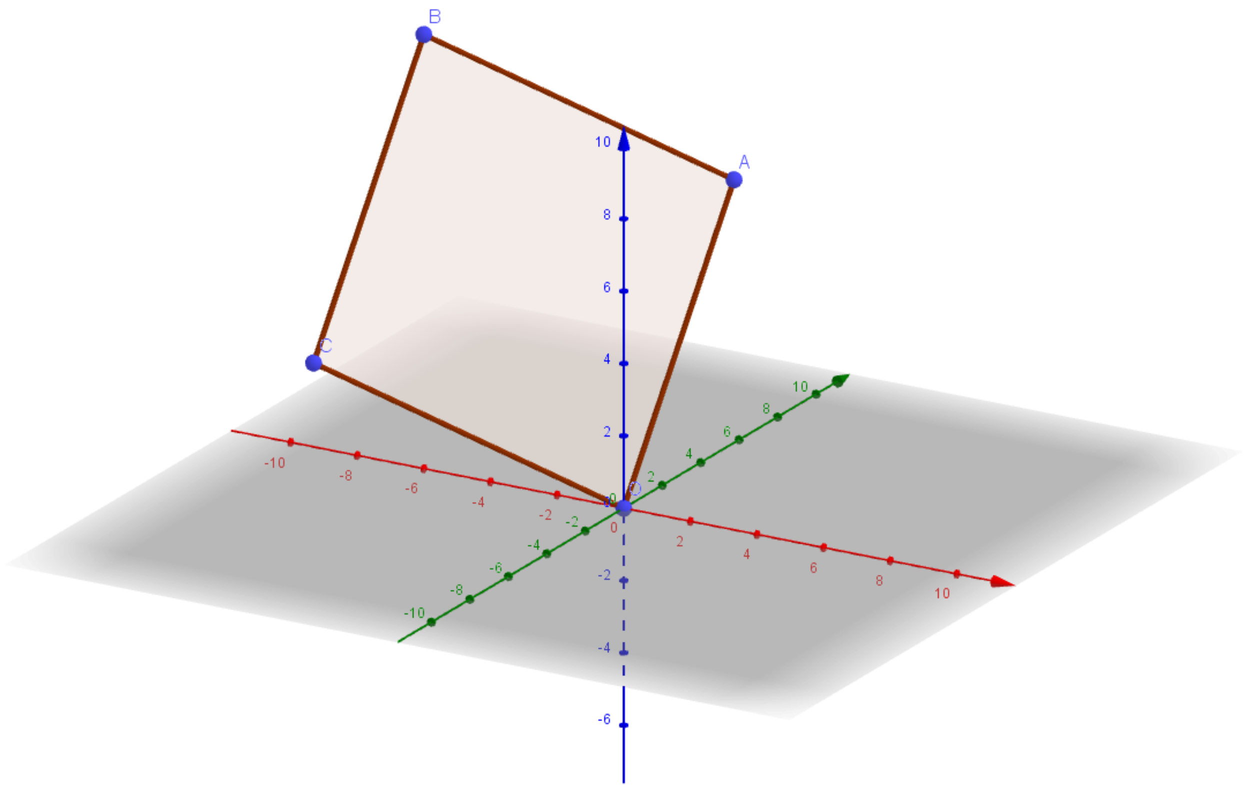
Esame di Stato 2024

Prova suppletiva - Quesito 3



Determiniamo l'equazione del piano passante per i punti

$$O(0,0,0);\ A(1,4,8);\ B(-6,0,12)$$

1. Calcolo il prodotto vettoriale dei vettori
$$\overrightarrow{OA} = \vec{\imath} + 4\vec{\jmath} + 8\vec{k}$$
$$\overrightarrow{OB} = -6\vec{\imath} + 0\vec{\jmath} + 12\vec{k}$$
$$\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB} = 48\vec{\imath} - 60\vec{\jmath} + 24\vec{k}$$
Quindi il vettore normale al piano è:
$$\vec{n} = 12\vec{\imath} - 15\vec{\jmath} + 6\vec{k}$$

   L'equazione del piano passante per $O(0,0,0)$ e di vettore normale $\vec{n}$ è:

$$\alpha: 12x - 15y + 6z = 0$$

   In alternativa per trovare l'equazione del piano α si possono sostituire le coordinate dei punti nell'equazione del generico piano: $ax + by + cz + d = 0$ e risolvere il sistema.

   Sostituendo le coordinate del punto $C(-7,-4,4)$ nell'equazione trovata si ottiene un'identità, quindi $C \in \alpha$.

2. Con la formula della distanza tra due punti troviamo che:

$$\overline{OA} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CO} = 9$$

Quindi il quadrilatero $ABCD$ è un rombo.
I vettori

$$\overrightarrow{OA} = \vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}$$
$$\overrightarrow{OB} = -6\vec{i} + 0\vec{j} + 12\vec{k}$$

Non sono perpendicolari poiché il loro prodotto scalare è diverso da zero; quindi, il rombo non è un quadrato.

$$2p = 36$$

Per calcolare l'area determiniamo le misure delle diagonali:

$$\overline{OB} = \sqrt{36 + 144} = 6\sqrt{5}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{64 + 64 + 16} = 12$$

$$Area = 36\sqrt{5}$$