

Quesito 5

Sessione suppletiva 2024

5. Determinare i valori dei parametri reali a e b della funzione $f(x) = \frac{ax^2+bx+3}{2x^2+5x-1}$ in modo che essa abbia la retta $y = 2$ come asintoto orizzontale e un punto stazionario per $x = 1$. In corrispondenza dei valori trovati, stabilire se $f(x)$ presenta ulteriori asintoti.

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + 3}{2x^2 + 5x - 1}$$

Asintoto orizzontale: $y = 2 \rightarrow a = 4$

$$f(x) = \frac{4x^2 + bx + 3}{2x^2 + 5x - 1}$$

Punto stazionario per $x = 1$, quindi $f'(1) = 0$

$$f'(x) = \frac{5(4x^2 - 4x - 3) - b(2x^2 + 1)}{(2x^2 + 5x - 1)^2}$$

$$f'(1) = 0 \rightarrow b = -5$$

L'espressione analitica della funzione è:

$$f(x) = \frac{4x^2 - 5x + 3}{2x^2 + 5x - 1}$$

Eventuali asintoti verticali possono essere dedotti dallo studio del dominio della funzione.

Il denominatore si annulla per

$$x = \frac{-5 \mp \sqrt{33}}{4}$$

Poiché tali valori non annullano il numeratore, le rette di equazione

$$x = \frac{-5 \mp \sqrt{33}}{4}$$

Sono asintoti verticali della funzione considerata.