FORMULA DEL BINOMIO DI NEWTON

La formula che esprime lo sviluppo della potenza *n*-esima di un binomio qualsiasi è

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

in cui il fattore $\binom{n}{k}$ rappresenta il numero di combinazioni semplici di n oggetti , di classe k, indicato anche con $C_{n,k,}$

Giustificazione della formula
Nello sviluppo di $(a+b)^n$, i monomi del tipo $a^{n-k} \cdot b^k$ sono tanti quanti i modi in cui si possono scegliere **k** posti ,tra gli **n** disponibili , da assegnare sempre al simbolo b , lasciando al simbolo a i rimanenti $n-k$ posti (l'ordine non è significativo).
Il loro numero, pertanto, corrisponde al numero di combinazioni semplici di n oggetti , di classe k; il generico monomio assume la forma $\binom{n}{k}a^{n-k}b^k$, ovvero, $\boldsymbol{C_{n,k}a^{n-k}b^{k}},$

Allo stesso risultato si arriva «anagrammando» una sequenza del tipo

$$aaaaa \ldots \ldots bbbb$$

contenente $n-k$ volte a e k volte b.

Si deve , in questo caso, calcolare il numero di permutazioni di n elementi, tenendo conto degli elementi ripetuti. Per una nota proprietà delle combinazioni il risultato:

$$\frac{\boldsymbol{n}!}{\boldsymbol{k}!\,(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{k})!}$$

corrisponde proprio a $C_{n,k}$.

Secondo *Fernando Pessoa* «…***il binomio di Newton, è bello come la Venere di Milo, il problema è che solo pochi se ne accorgono… »***

E' evidente, infatti, la sinteticità della formula confrontata con la lunghezza dei calcoli di un prodotto di n binomi, per valori elevati di n.

Il suo legame col Calcolo delle Probabilità lo rende ancora più interessante