

2. In un salvadanaio ci sono 15 monete, di cui 9 sono da 1 euro e le altre 6 da 2 euro. Se ne estraggono 6 contemporaneamente.

- Qual è la probabilità che il valore totale delle monete estratte sia esattamente 10 euro?
- Qual è la probabilità che il valore totale delle monete estratte sia al massimo 10 euro?

Soluzione

Per calcolare il primo risultato richiesto osserviamo che i casi possibili corrispondono ai sottoinsiemi di 6 elementi che si possono formare in un insieme di cardinalità 15:

$$C_{15,6}$$

I casi favorevoli corrispondono alle sestine che contengono 4 delle 6 monete da 2 euro e 2 delle 9 monete da 1 euro : $C_{6,4} \cdot C_{9,2}$

$$P(10) = \frac{C_{6,4} \cdot C_{9,2}}{C_{15,6}} = \frac{15 \cdot 36}{5005} \approx \mathbf{0,108}$$

Per avere la distribuzione completa (*non richiesta dal testo*) della variabile aleatoria corrispondente al valore totale delle monete estratte, costruiamo la seguente tabella

ESITI						Variabile aleatoria Somma	Probabilità
1	1	1	1	1	1	6	0,0168
2	1	1	1	1	1	7	0,1510
2	2	1	1	1	1	8	0,3776
2	2	2	1	1	1	9	0,3357
2	2	2	2	1	1	10	0,1079
2	2	2	2	2	1	11	0,0108
2	2	2	2	2	2	12	0,0002

Per calcolare il secondo risultato richiesto osserviamo che

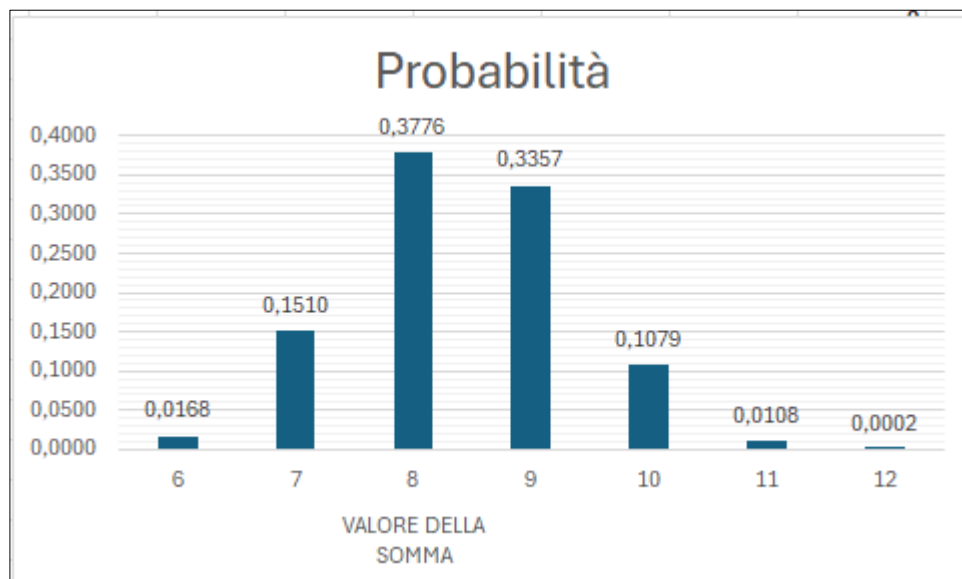
$$P(\text{Somma} \leq 10) = P(6) + P(7) + P(8) + P(9) + P(10) =$$

$$1 - P(11) - P(12) = \mathbf{0,9890}$$

Essendo

$$P(11) = \frac{C_{6,5} \cdot C_{9,1}}{C_{15,6}} = \frac{6 \cdot 9}{5005} \approx \mathbf{0,0108}$$

$$P(12) = \frac{C_{6,6}}{C_{15,6}} = \frac{1}{5005} \approx \mathbf{0,0002}$$

Grafico della distribuzione

La probabilità che il valore totale delle monete estratte sia esattamente 10 euro è circa 10,8%

La probabilità che il valore totale delle monete estratte sia al massimo 10 euro è circa 99%