

Quesito 4 _ Soluzione

4. Assegnata una funzione g , derivabile in $\mathbb{R}$ e tale che $g\left(\frac{\pi}{4}\right) = g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$, determinare l'equazione della retta normale alla curva $y = g(x) \sin^2 x$ nel suo punto di ascissa $\frac{\pi}{4}$.

$$f(x) = g(x) \cdot \sin^2(x)$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = g\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 \rightarrow P\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$$

$$f'(x) = g'(x) \cdot \sin^2(x) + g(x) \cdot 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x) = g'(x) \cdot \sin^2(x) + g(x) \cdot \sin(2x)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = g'\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) + g\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 + 2 = 3 \rightarrow m = -\frac{1}{3}$$

Equazione della retta normale alla curva nel punto $P\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$:

$$y - 1 = -\frac{1}{3} \left(x - \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{\pi}{12} + 1$$