

Quesito 5 \_ Soluzione

5. Determinare il valore del parametro reale  $k$  in modo che le due curve  $y = e^x$ ,  $y = 6 - ke^{-x}$  risultino tangenti tra loro, individuando le coordinate del punto di contatto.

Le condizioni da soddisfare sono le seguenti:

$$\begin{cases} y = e^x \\ y = 6 - k \cdot e^{-x} \end{cases} \rightarrow e^x = 6 - k \cdot e^{-x}$$

e

$$\begin{cases} y' = e^x \\ y' = k \cdot e^{-x} \end{cases} \rightarrow e^x = k \cdot e^{-x}$$

Si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} e^x = 6 - k \cdot e^{-x} \\ e^x = k \cdot e^{-x} \rightarrow e^{2x} = k > 0 \rightarrow x = \ln \sqrt{k} \end{cases}$$

Sostituendo nella prima equazione:

$$e^x = 6 - k \cdot e^{-x} \rightarrow e^{\ln \sqrt{k}} = 6 - \frac{k}{e^{\ln \sqrt{k}}} \rightarrow \sqrt{k} = 6 - \sqrt{k} \rightarrow 2\sqrt{k} = 6 \rightarrow k = 9$$

Soluzione del sistema:

$$\begin{cases} k = 9 \\ x = \ln 3 \end{cases}, \text{ da } y = e^x \text{ si ottiene che } y = 3$$

Le coordinate del punto di contatto sono quindi:

$$\begin{cases} x = \ln 3 \\ y = 3 \end{cases}$$