

Quesito 6 _ Soluzione

6. Scrivere una funzione polinomiale f in modo tale che la retta di equazione $y = 2x + 3$ sia tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa 0 e si abbia $\int_0^3 f(x)dx = 9$.

Poiché non viene esplicitato il grado del polinomio, possiamo supporre che sia di secondo grado.

La funzione polinomiale potrebbe essere del tipo:

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

Le condizioni che deve soddisfare sono le seguenti:

$$A(0,3) \text{ appartiene alla curva di equazione } y = P(x) \rightarrow c = 3$$

$$P'(0) = 2$$

$$\int_0^3 P(x)dx = 9$$

$$P'(x) = 2ax + b \rightarrow P'(0) = b = 2$$

Possiamo scrivere

$$P(x) = ax^2 + 2x + 3$$

$$\int_0^3 (ax^2 + 2x + 3)dx = \left[a\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x \right]_0^3 = 9a + 18$$

Quindi:

$$9a + 18 = 9 \rightarrow a = -1$$

Una funzione polinomiale che soddisfa le condizioni richieste è:

$$P(x) = -x^2 + 2x + 3$$