

GEMINI E LE PROVE "AUTENTICHE"

Il problema del contadino è stato proposto a Gemini con questa presentazione:

<<Il seguente problema di aritmetica, nello stile dei problemi assegnati ai ragazzi della scuola elementare di molti anni fa, è stato commentato ironicamente da Massimo Troisi nel film "Scusate il ritardo" :

«Un contadino si reca al mercato per vendere tre sacchi di farina di chilogrammi 71 e sei dozzine di uova.

Durante le operazioni di scarico uno dei sacchi, cadendo sulle uova, ne rompe la metà. Se la farina

costa 15 lire al chilogrammo e le uova cinque l'una e di tutta la merce ne è stata venduta la metà, quanti soldi ha portato a casa il contadino, tenendo conto che dalla tasca bucata ha perduto lire 35?» .

Lo stesso problema è diventato, in seguito, una specie di emblema dei problemi artificiosi della scuola antica.

Trova la soluzione e commenta la traccia>>

GEMINI risolve correttamente il problema e, nel commentarlo, mette in evidenza la prolissità della traccia e l'artificiosità delle varie situazioni che complicano il processo risolutivo.

SOLUZIONE

Ecco la soluzione del problema, seguendo i passaggi necessari:

1. **Peso totale della farina:** $3 \text{ sacchi} \times 71 \text{ kg/sacco} = 213 \text{ kg}$
2. **Numero totale di uova iniziali:** $6 \text{ dozzine} \times 12 \text{ uova/dozzina} = 72 \text{ uova}$
3. **Uova rotte:** $72 \text{ uova} / 2 = 36 \text{ uova}$
4. **Uova rimaste integre:** $72 \text{ uova} - 36 \text{ uova} = 36 \text{ uova}$
5. **Valore totale della farina:** $213 \text{ kg} \times 15 \text{ lire/kg} = 3195 \text{ lire}$
6. **Valore totale delle uova rimaste:** $36 \text{ uova} \times 5 \text{ lire/uovo} = 180 \text{ lire}$
7. **Valore totale della merce integra:** $3195 \text{ lire (farina)} + 180 \text{ lire (uova)} = 3375 \text{ lire}$
8. **Valore della merce venduta (la metà):** $3375 \text{ lire} / 2 = 1687.5 \text{ lire}$
9. **Soldi rimasti dopo aver perso lire 35 dalla tasca:** $1687.5 \text{ lire} - 35 \text{ lire} = 1652.5 \text{ lire}$

Il contadino ha portato a casa 1652.5 lire.

COMMENTO ALLA TRACCIA DEL PROBLEMA

Il problema che hai proposto è davvero un classico esempio di come l'aritmetica, nella scuola di un tempo, apparisse come un vero e proprio labirinto logico, come sottolineato anche dall'ironia di Massimo Troisi nel film "Scusate il ritardo".

La sua peculiarità risiede in diversi aspetti che lo rendono emblematico dei problemi "artificiosi":

Presenza di dati e dettagli superflui, complicazioni inutili: L'incidente del sacco di farina che rompe le uova è un elemento drammatico ma, dal punto di vista didattico, serve solo a introdurre un calcolo intermedio di distrazione. Similmente, la tasca bucata aggiunge un'ulteriore sottrazione finale senza un vero scopo educativo.

- **Contesto poco realistico:** Sebbene ambientato in una situazione quotidiana (il mercato), la serie di sfortunati eventi e calcoli richiesti spesso sfocia nell'assurdo.
- **Mancanza di chiarezza nel quesito finale:** A volte, in problemi come questo, il fulcro del quesito finale ("quanti soldi ha portato a casa il contadino") richiede una sintesi di passaggi non sempre lineari, obbligando a una notevole attenzione alla sequenza logica.

In sintesi, questo tipo di problemi, pur stimolando l'attenzione ai dettagli e la capacità di seguire un percorso logico, spesso sacrificava la reale comprensione matematica in favore di una ginnastica mentale che poteva risultare frustrante per gli studenti. **Erano l'antitesi di quelli che oggi vengono definiti problemi "autentici", che cercano di collegare la matematica a situazioni significative e utili per la vita quotidiana.**

PRIMA PROPOSTA DI RIFORMULAZIONE- Invitato a rimaneggiare il testo in analogia con le moderne prove autentiche, Gemini non si dimostra molto convincente .

Nel primo tentativo si può apprezzare una maggiore leggerezza nel testo ma permane una certa ridondanza che non aggiunge maggiore autenticità al contesto.

Ecco una proposta per un problema "autentico" basato sulla stessa idea, ma riscritto per i bambini della scuola primaria, con un focus sul ragionamento logico-matematico e la risoluzione di un problema concreto.

Il Mercato di Nonno Pino

Nonno Pino va al mercato con le sue cose da vendere!

Ha **3 sacchi di farina**, e ogni sacco pesa **70 chilogrammi**. Ogni chilogrammo di farina lo vende a **15 euro**.

Ha anche **6 confezioni di uova**, e ogni confezione ha **12 uova**. Ogni uovo lo vende a **50 centesimi**.

Mentre sta sistemando la merce, gli scivola un sacco di farina e **si rompe la metà delle uova**.

Alla fine della giornata, nonno Pino è stanco ma felice: è riuscito a vendere **tutta la farina e tutte le uova rimaste integre**.

Quanti soldi ha guadagnato Nonno Pino in totale dalla vendita?

Questo tipo di formulazione permette ai bambini di concentrarsi sui concetti matematici (moltiplicazione, divisione, sottrazione, addizione) all'interno di una storia sensata, senza distrazioni superflue.

Inoltre, quando un problema di matematica presenta un personaggio con un nome, smette di essere un esercizio astratto e diventa una storia. I bambini possono immedesimarsi nella situazione e sentirsi parte della narrazione. Questo processo rende l'apprendimento più naturale e significativo.

SECONDA PROPOSTA DI RIFORMULAZIONE : Si fa notare a IA che il contesto non è ancora del tutto realistico: un problema davvero autentico dovrebbe giustificare tutta la serie di calcoli. Nella realtà nonno Pino sa benissimo quanti soldi ha in tasca, a meno che..... non tema di avere perduto qualche moneta!

La risposta è :<<Hai perfettamente ragione. Il mio tentativo precedente era un passo avanti nel semplificare la narrazione e rendere i dati più gestibili, ma mancava ancora quella scintilla di "realtà" che giustificasse il perché di tutti quei passaggi per Nonno Pino.

Il Mercato di Nonno Pino (Versione Veramente Autentica)

Nonno Pino, dopo una mattinata intensa al mercato, è tornato a casa. È contento perché ha venduto quasi tutto!

Ha portato 3 sacchi di farina (ogni sacco pesava 70 chilogrammi e li ha venduti a 15 euro al chilogrammo).

Ha anche portato 6 confezioni di uova (ogni confezione aveva 12 uova e ha venduto ogni uovo a 50 centesimi).

Purtroppo, mentre scaricava la merce, gli è caduto un sacco di farina che gli ha rotto la metà delle uova. Che disastro! Per fortuna, le uova che non si sono rotte le ha vendute tutte. Anche tutta la farina è stata venduta.

Quando arriva a casa, Nonno Pino tira fuori i soldi dalla sua cassetta. "Mmmh...", borbotta, "mi sembra di avere meno soldi del previsto... Sarà che ho perso qualche moneta mentre tornavo?"

Aiutiamo Nonno Pino a controllare:

Secondo i tuoi calcoli, quanti soldi avrebbe dovuto guadagnare Nonno Pino in totale?

Perché questa è (ancora più) "Autentica":

- **Contesto Narrativo Giustificato:** L'incidente delle uova e la vendita sono tutte tappe necessarie per arrivare al "guadagno atteso". La "paura di aver perso monete" è il motore che spinge Nonno Pino (e il bambino) a fare i calcoli precisi.
- **Apertura alla Discussione:** Dopo aver trovato la risposta, si potrebbe anche chiedere ai bambini: "Se Nonno Pino avesse avuto meno soldi di quelli che hai calcolato, cosa significherebbe?" Questo aggiunge un livello di riflessione sul significato dei numeri.

DISCUSSIONE SULLA NECESSITÀ DELLE "PROVE AUTENTICHE"

Riferendoci alla scuola primaria sicuramente questa tipologia di formulazione riesce a motivare meglio i ragazzi. Per le classi più avanzate vale lo stesso discorso? A che età è opportuno richiedere un buon livello di astrazione?

La tua riflessione è estremamente pertinente e tocca un punto cruciale nella didattica della matematica: il passaggio dal concreto all'astratto e la motivazione intrinseca al problema.

Il concetto di "problema autentico" rimane valido e anzi, diventa ancora più importante per le classi avanzate, sebbene la sua declinazione cambi.

- **Scuola Primaria (classi iniziali):** Qui la "realtà" è molto legata all'esperienza diretta, al gioco, alle situazioni familiari e ai personaggi. L'astrazione è ancora limitata; si lavora molto con materiali manipolativi, disegni e schemi.
- **Scuola Primaria (classi avanzate - 4a, 5a) e Scuola Secondaria di Primo Grado:** Man mano che i ragazzi crescono, la loro "realtà" si amplia. Le motivazioni possono derivare da:
 - **Situazioni più complesse della vita quotidiana:** Acquisti, viaggi, gestione del denaro per un progetto, pianificazione di eventi, misurazioni per lavori pratici (es. calcolare quanta vernice serve per una stanza).
 - **Fenomeni scientifici o tecnologici:** Analizzare dati climatici, grafici di crescita della popolazione, funzionamento di meccanismi semplici.

- **Dilemmi sociali o etici:** Problemi che richiedono decisioni basate su dati (es. come distribuire risorse limitate, calcolare l'impatto ambientale di una scelta).
- **Giochi e sfide che richiedono strategia e calcolo:** Giochi da tavolo complessi, enigmi logici, sfide di programmazione di base.
- **Progetti interdisciplinari:** La matematica diventa uno strumento per costruire un manufatto (geometria), per interpretare un testo (statistica su dati letterari), per analizzare un evento storico (calcolo di percentuali, proporzioni).

L'obiettivo è formare pensatori critici e problem-solver, non semplici calcolatori. E per farlo, la matematica autentica, ancorata a scopi significativi, è la via migliore a tutte le età.

L'importanza della matematica, però, non si limita all'utilità nel risolvere problemi pratici. Questa idea di matematica autentica rischia di darne un'immagine alquanto riduttiva.

Hai centrato un punto fondamentale! È un rischio reale, e una preoccupazione legittima, quella di ridurre la matematica a un mero strumento per risolvere problemi pratici, perdendo di vista la sua intrinseca bellezza, la sua potenza astratta e il suo ruolo nella comprensione profonda dell'universo.

La chiave è trovare un equilibrio. Il passaggio dai problemi "autentici" (ancorati alla realtà) all'astrazione non deve essere una dicotomia, ma una progressione naturale e motivante-

Non solo passare dalle situazioni ai modelli matematici ma dalle soluzioni ricavare i principi

Oltre l'Utilità riconoscere La Bellezza e la Potenza Intrinseca della Matematica:

- **La Logica Pura:** La matematica come sistema deduttivo, basato su assiomi e dimostrazioni. Questo sviluppa il pensiero critico e la capacità di costruire argomentazioni solide.
- **La Risoluzione di Problemi Non Pratici:** Enigmi, rompicapo, problemi di logica che non hanno un'immediata applicazione pratica ma stimolano il pensiero laterale e la creatività.
- **La Matematica come Arte:** Le simmetrie, le sequenze numeriche (es. Fibonacci), le geometrie frattali, i paradossi. Mostrare come la matematica possa essere esteticamente appagante e generatrice di bellezza.
- **La Storia della Matematica:** Raccontare le sfide e le scoperte dei grandi matematici, mostrando come concetti astratti siano nati da intuizioni profonde e abbiano poi rivoluzionato la nostra comprensione del mondo.
- **Il Ruolo della Matematica nelle Scienze Avanzate:** Come la matematica è lo strumento indispensabile per la fisica quantistica, l'ingegneria spaziale, la crittografia, l'intelligenza artificiale. Qui l'utilità c'è, ma è a un livello di astrazione molto elevato.

*In sintesi, l'approccio migliore è un **continuo movimento pendolare tra il concreto e l'astratto**: usare il concreto per motivare e fissare i concetti, e poi l'astratto per generalizzare, esplorare la pura bellezza intellettuale della matematica e preparare gli studenti a usare il suo potente linguaggio in contesti sempre più complessi e innovativi. La matematica è sia un martello che ti aiuta a costruire una casa, sia l'architettura sublime che ha ispirato il progetto di quella casa.*

Mi piace ricordare quanto avverte Ennio De Giorgi (Il valore sapienziale della matematica, 1995):

“Spesso si legge sulla stampa che la matematizzazione rischia di banalizzare l’Universo , riducendo fatti qualitativi a fatti quantitativi; invece, mi pare che la ricerca matematica , cercando di esplicitare le relazioni esistenti tra gli oggetti dell’Universo, ne riconosce in primo luogo le proprietà qualitative. Penso che questi fatti debbano essere ricordati ai nostri studenti di facoltà di tipo applicativo che potranno trarre beneficio dalla matematica solo tenendo conto di questi caratteri, non banali, di una disciplina che non è una macchina da utilizzare ciecamente ma un interlocutore ideale con cui confrontare costantemente la nostra visione dei fatti e dei problemi”

Grazie per aver condiviso questa illuminante citazione di Ennio De Giorgi. Le sue parole sono un monito prezioso e un'ottima sintesi di quanto abbiamo discusso sull'importanza di non ridurre la matematica a una mera calcolatrice o a un insieme di formule da applicare meccanicamente.

La Matematica: Non Solo Quantità, ma Qualità Profonda

De Giorgi tocca un punto cruciale che va ben oltre la didattica della scuola primaria, proiettandosi fino agli studenti universitari e ai professionisti. La sua affermazione che la matematizzazione "non banalizza l'Universo" ma ne "riconosce in primo luogo le proprietà qualitative" è profondamente vera.

Spesso, nell'immaginario comune, la matematica è vista solo come lo studio dei numeri, delle quantità e del calcolo. Si pensa che trasformi ogni cosa in un dato numerico freddo. Invece, come sottolinea De Giorgi, il vero potere della matematica risiede nella sua capacità di:

- **Esplicitare Relazioni:** Non si tratta solo di misurare, ma di capire come le cose sono connesse. La matematica ci permette di esprimere legami di causa-effetto, proporzioni, dipendenze, simmetrie e strutture che altrimenti rimarrebbero implicite o intuitive. Queste relazioni sono di natura profondamente **qualitativa**. Pensiamo alla geometria: studiare un cerchio non è solo misurarne la circonferenza, ma comprendere la sua perfetta simmetria e le sue proprietà intrinseche.
- **Riconoscere Proprietà Qualitative:** Prima ancora di quantificare, la matematica ci spinge a osservare e classificare. Qual è la forma di questo fenomeno? È ciclico? Cresce esponenzialmente o linearmente? Queste sono domande qualitative che precedono e guidano la quantificazione. La scelta del modello matematico più adatto a descrivere un fenomeno dipende proprio dalla comprensione delle sue qualità intrinseche.
- **Essere un Interlocutore Ideale:** Questa metafora è potente. La matematica non è un algoritmo cieco da cui attendere una risposta. È un linguaggio e uno strumento di pensiero critico con cui "dialogare". Quando applichiamo la matematica a un problema, siamo costantemente invitati a riflettere: il modello scelto è appropriato? I risultati hanno senso? Cosa ci rivelano questi numeri sulla natura profonda del fenomeno che stiamo studiando? È un processo iterativo di formulazione, verifica e raffinamento della nostra comprensione.

Implicazioni per l'Apprendimento e l'Applicazione

*Le parole di De Giorgi sono particolarmente importanti per gli studenti delle **facoltà di tipo applicativo**. In settori come l'ingegneria, l'economia, la medicina o l'informatica, il rischio di vedere la matematica come una "scatola nera" da cui estrarre formule è altissimo. Invece, è fondamentale che questi futuri professionisti comprendano che la matematica è uno strumento per:*

- **Comprendere la Complessità:** Affrontare problemi complessi significa prima di tutto capirne la struttura, le interdipendenze e le dinamiche qualitative.

- **Sviluppare il Pensiero Critico:** Non solo applicare formule, ma scegliere la formula giusta, comprenderne i limiti e interpretarne i risultati nel contesto reale.
- **Innovare:** La vera innovazione non nasce dalla cieca applicazione, ma dalla capacità di vedere nuove relazioni e di modellare fenomeni in modi originali, attingendo alla profondità concettuale della matematica.

*In definitiva, De Giorgi ci ricorda che la matematica, nella sua essenza più profonda, non è solo calcolo, ma **saggezza**. È un modo per dare ordine al caos, per scoprire le leggi nascoste che governano il mondo e per esprimere, con rigore e bellezza, la complessa trama della realtà. Un messaggio essenziale da trasmettere a tutte le generazioni di studenti.*