QUESITO 2

Nello spazio riferito a un sistema di coordinate cartesiane $Oxyz$, sono dati il punto $A(1,0,2)$ e la retta r definita dalle seguenti equazioni

$$\begin{cases} x = & t \\ y = & 2t-1 \\ z = & -t+3 \end{cases}$$

Si richiede di

a) Determinare l'equazione del piano perpendicolare a r e passante per A
b) Calcolare la distanza tra le rette r ed s, dove s è la retta parallela ad r e passante per A

Soluzione

a) L'equazione di un generico piano passante per il punto A è

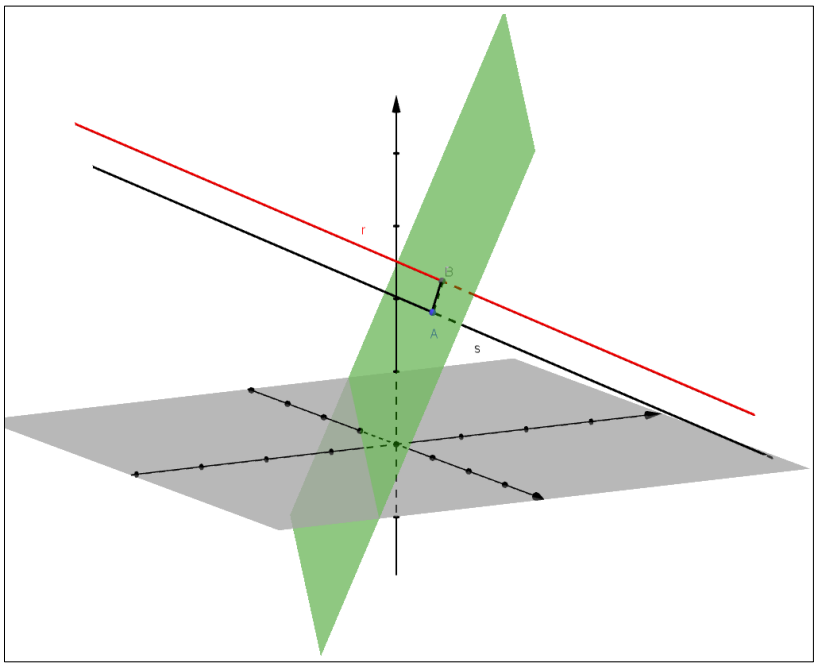
$$a(x-1)+b(y-0)+c(z-2)=0.$$

La terna (a,b,c) è proporzionale alla terna dei parametri direttori della normale(che deve coincidere con la retta r) : $(1,2,-1)$.

Pertanto l'equazione del piano richiesto è $\boldsymbol{(x-1)+2(y-0)-(z-2)=0}$

ovvero $\boldsymbol{x+2y-z+1=0}$.

b) La distanza tra le due rette parallele corrisponde alla distanza tra i due punti di intersezione di ciascuna retta sullo stesso piano perpendicolare a entrambe. (ricordiamo che ciascuna retta è perpendicolare ad ogni retta del piano passante per il suo piede)



In questo caso basta determinare il punto B di intersezione tra la retta r e il piano precedentemente determinato e calcolare la distanza $\overline{AB}$.

Il punto di incontro retta-piano si determina imponendo al piano il passaggio per il generico punto della retta

$$\boldsymbol{t + 4t - 2 + t - 3 + 1 = 0 \rightarrow \quad 6t = 4 \rightarrow t = \frac{2}{3}}$$

$$B \begin{cases} \boldsymbol{x = \frac{2}{3}} \\ \boldsymbol{y = \frac{1}{3}} \\ \boldsymbol{z = \frac{7}{3}} \end{cases}$$

Distanza $\boldsymbol{\overline{AB} = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}}$