Sessione straordinaria 2026
Seconda prova scritta

Ministero dell'Istruzione e del Merito

A002 - ESAME DI MATURITÀ

Testo valevole per tutti i seguenti indirizzi:

LI02, LI03, LI15, LI1S, LI22, LI23, LI31, LI32, LIA2, LIAO, LIB2, LIC2, LID2, LII2, LII3, LII4, LIIS, LIS2, EA02, EA10

Disciplina: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Si consideri la funzione $N(t) = (at^2 + b)e^{ct}$, con a, b, c parametri reali caratteristici del fenomeno e $t \geq 0$. Tale funzione descrive l'ultima fase di un'epidemia (coda epidemica), in cui $N(t)$, espresso in migliaia, rappresenta il numero di individui che hanno contratto l'infezione nel giorno t. Si indichi con γ il grafico rappresentativo di N.

a) Determinare il valore dei parametri, sapendo che all'istante iniziale (picco epidemico) il modello assume valori $N(0) = 4$ e $N'(0) = -2$ e sapendo che la pendenza del grafico si annulla in corrispondenza del secondo giorno di decrescita dell'epidemia.

D'ora in avanti, indipendentemente dalle rispettive unità di misura, si ponga $a = 1$, $b = 4$ e $c = -\frac{1}{2}$.

b) Determinare i valori t_m e t_M per i quali la coda epidemica registra una decrescita, rispettivamente, minima e massima.

c) Studiare la funzione N, tracciare il grafico γ e scrivere le equazioni delle rette tangenti nei punti di flesso.

La transizione dalla fase di declino alla fase endemica avviene quando l'infezione si stabilizza; si supponga che ciò si realizzi appena i nuovi infetti giornalieri scendono sotto lo $0{,}5\%$ di $N(0)$.

d) Verificare che tale transizione avviene 20 giorni dopo che è stato registrato il picco. Determinare il numero medio di infetti giornalieri durante la fase di declino.

PROBLEMA 2

Si consideri la famiglia di funzioni $f_a(x) = ax - \ln(a + x)$, con $a \in \mathbb{R}$, e si indichi con γ_a il grafico di f_a.

a) Al variare del parametro a, calcolare i limiti agli estremi del dominio e studiare la monotonia e la concavità di f_a.

b) Stabilire per quali valori del parametro il grafico γ_a possiede un punto stazionario e determinare il valore di a affinché tale punto abbia ordinata massima.

c) Verificare che, se $a = 1$, γ_a è tangente all'asse delle ascisse. Studiare la funzione f_1 e tracciare il suo grafico γ_1.

d) Determinare l'area della regione piana limitata compresa tra l'asse delle ascisse, γ_1 e la retta di equazione $x = 2$.

COPIA CONFORME ATTI MIM

Sessione straordinaria 2026
Seconda prova scritta

Ministero dell'Istruzione e del Merito

A002 - ESAME DI MATURITÀ

QUESITI

1. Si consideri un triangolo acutangolo ABC, sia A' il punto del lato BC nel quale cade l'altezza uscente da A e siano C' e B' i punti medi, rispettivamente, dei lati AB e AC. Dimostrare che il quadrilatero $AB'A'C'$ è circoscrivibile a una circonferenza.

2. Antonella gioca con un dado regolare a 6 facce. Decide che, ogni volta che esce la faccia 1, quel lancio è nullo e quindi tira di nuovo il dado. Antonella interrompe il gioco non appena ottiene due lanci validi. Qual è la probabilità che debba effettuare esattamente cinque lanci complessivi prima di smettere di lanciare il dado?

3. Un poligono regolare ha 464 diagonali. Qual è il numero di lati del poligono?

4. Data la retta $r: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = t \end{cases}$ e la retta $s: \begin{cases} x = 4 + k \\ y = 3 + k \\ z = 1 + k \end{cases}$ nello spazio, dimostrare che le due rette sono incidenti in un punto A. Determinare i punti B e C, rispettivamente intersezioni di r e s con il piano π di equazione $y - 2x = 0$. Infine, determinare l'equazione del piano passante per A, B, C.

5. I grafici delle funzioni $f(x) = 3x$ e $g(x) = \frac{4-x^2}{x^2}$ individuano, nel primo quadrante, una regione di piano limitata S. Determinare il valore del parametro k in modo che la retta di equazione $x = k$ divida S in due regioni equivalenti.

6. Assegnata la curva $y = 2 + (x + 2k)e^{1-x}$, determinare il valore del parametro reale k in modo che la retta tangente nel suo punto di flesso passi per il punto $P(1; 2)$.

7. Si consideri la funzione $f(x) = 2 - \frac{4e^x}{1+e^x}$. Dimostrare che f è invertibile in $\mathbb{R}$. Indicata con g la funzione inversa, scrivere la sua espressione analitica e determinare le equazioni degli asintoti di g.

8. Una persona ha appena assunto una bevanda alcolica. Il suo tasso alcolemico è dato dalla funzione $A(t) = 4\,(0{,}5^{\,t} - 0{,}25^{\,t})$, dove t è il tempo (espresso in ore) trascorso dall'assunzione della bevanda e $A(t)$ indica i grammi di alcol per litro di sangue (g/l) rilevabili nel soggetto in questione. Stabilire dopo quanto tempo dall'assunzione della bevanda viene raggiunto il picco massimo di tasso alcolemico.
Tenendo conto che il limite di legge del tasso alcolemico per poter guidare un veicolo è di $0{,}5$ g/l, stabilire quando il soggetto considerato potrà mettersi alla guida.

Durata massima della prova: 6 ore.
È consentito l'uso di calcolatrici scientifiche o grafiche purché non siano dotate della capacità di elaborazione simbolica algebrica e non abbiano la disponibilità di connessione a Internet.
È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del Paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana. Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla consegna della traccia.

COPIA CONFORME ATTI MIM